
A MONSEIGNEUR
MONSEIGNEUR
LE MARQUIS
DE LOUVOIS
Ministre et Secretaire
D'Estat, commandeur
et Chancelier des
ordres du Roy, sur
intendant et ordon
nateur general des
Bastiments de sa
Majesté, arts et
manufactures de
france
S. le Clerc f.

TRAITÉ
DE
GEOMETRIE.

Par SEB. LE CLERC.

A PARIS,
Chez JEAN JOMBERT, prés des Auguſtins,
à l'Image Noſtre-Dame.

M. DC. XC.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.

CE Traité de Geometrie est divisé en dix Chapitres.

Le I. contient les Définitions.

Le II. établit des principes que j'appelle Notions, & qui sont des veritez évidemment connuës par elles-mêmes, ou par des démonstrations incontestables.

Le III. donne la pratique des Lignes & des Angles, & fait décrire les figures des Plans.

Le IV. enseigne à transfigurer ces mêmes Plans, c'est à dire, à leur donner de nouvelles figures, sans en diminuer ou augmenter le contenu.

Le V. apprend à les diviser.

Le VI. montre comment il les faut assembler, & comment on peut les augmenter ou diminuer de grandeur, selon quelque quantité proposée.

Le VII. enseigne à les mesurer.

Le VIII. contient la Trigonometrie ou la doctrine des Triangles par le calcul.

Le IX. traite des Solides, & particulierement de leur Toisé.

Le X. enfin, donne la pratique pour le Terrain, où l'on voit comme on leve les Plans, comme on les trace, & comme on mesure les dimentions inaccessibles.

EXTRAIT DU PRIVILEGE DU ROY.

PAr Grace & Privilege du Roy, donné à Versailles le 26. Juillet 1688. & signé par le Roy en son Conseil, LE PETIT; Il est permis au Sieur Sebastien le Clerc, Désignateur & Graveur ordinaire du Roy, de faire imprimer, vendre, & distribuer par tel Imprimeur ou Libraire qu'il voudra choisir, un Livre par luy composé, intitulé *Traité de Geometrie*, pendant le temps & espace de six années entieres & consecutives, à compter du jour que ledit Livre sera achevé d'imprimer pour la premiere fois; Avec deffences à toutes personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, de contrefaire ou faire contrefaire ledit Livre, à peine de deux mille livres d'amende, confiscation des exemplaires contrefaits, & de tous dépens, dommages & interests, ainsi qu'il est plus au long contenu audit Privilege.

Registré sur le Livre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, le 19. Février 1689. à la charge que le débit dudit Livre sera fait par un Imprimeur ou Libraire, suivant l'Edit, Statuts, & Reglemens.

J. B. COIGNARD, Sindic.

Et ledit Sieur le Clerc a cedé son droit du present Privilege à Jean Jombert, Marchand Libraire à Paris, pour en joüir suivant l'accord fait entr'eux.

Achevé d'imprimer pour la premiere fois le 20. Avril 1690.

TRAITÉ

TRAITÉ DE GEOMETRIE.

CHAPITRE PREMIER.

DEFINITIONS

1. *De la Geometrie.*

LA Geometrie est une partie des Mathematiques qui a pour objet la quantité qu'on nomme continuë, & qui est étenduë ou en longueur seulement, ou en longueur & largeur, ou en longueur, largeur & profondeur ; ces trois especes de quantité ayant pour termes, des points, des lignes, & des surfaces.

2. *Du Point.*

Le Point est ce qui n'a aucune partie.

3. *De la Ligne.*

La Ligne est une longueur sans largeur.

4. *De la Ligne droite.*

La Ligne droite eſt celle qui eſt également compriſe entre ſes extremitez, *ou bien*, c'eſt la plus courte qu'on puiſſe mener d'un point à un autre.

5. *De la Ligne courbe.*

La Ligne courbe eſt inégalement compriſe entre ſes extremitez.

6. *Des Lignes paralleles.*

Deux Lignes ſont parelleles, lorſqu'elles s'accompagnent en égale diſtance.

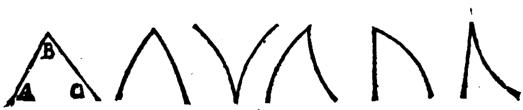
7. *De l'Angle.*

Deux lignes font un angle lorſqu'elles ſe joignent à un point en s'inclinant l'une vers l'autre, & ces lignes ſont appellées jambes.

Ainſi, les lignes A B. C B. ſont les jambes de l'Angle A B C.

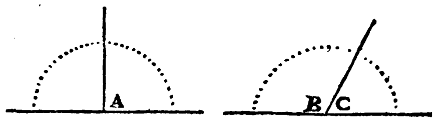
8. *De l'Angle rectiligne, courbeligne & mixtiligne.*

L'Angle eſt nommé rectiligne ſi les lignes qui le font ſont droites, courbeligne, ſi elles ſont courbes, & mixtiligne, ſi une des lignes eſt droite & l'autre courbe.



9. *De l'Angle Droit, Aigu & Obtus.*

Si une ligne droite rencontrant une autre ligne droite, fait des angles égaux de part & d'autre, ces angles ſont droits, mais ſi elle les fait inégaux, le plus ouvert eſt obtus, & le moins ouvert eſt aigu.



A. Angle droit.
B. Angle obtus.
C. Angle aigu.

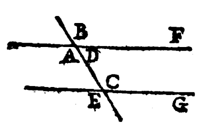
Il faut obſerver que l'égalité des angles ne s'entend pas de l'égalité des lignes mais de leurs ouvertures, & que le plus grand angle eſt celuy qui eſt le plus ouvert & au contraire, & que deux angles ſont égaux s'ils ſont ouverts également quoy que leurs jambes ſoient inégales.

10. *De la Perpendiculaire.*

La Perpendiculaire eſt une ligne droite qui tombe ou qui s'éleve ſur une autre ligne droite faiſant des angles droits.

11. *De l'Angle alterne, opposé, & de même part.*

Une ligne droite comme B E coupant les paralleles B F, E G, l'angle A eſt alterne au regard de l'angle C, au regard de l'angle B, il eſt oppoſé au ſommet, mais il eſt de même part que l'angle E, & les angles A, D, B ſont de ſuite.



12. *De la Surface.*

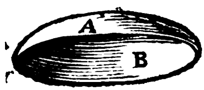
La Surface ou Superficie eſt une quantité étenduë en longueur & largeur ſans épaiſſeur ou profondeur.

13. *De la Surface plane.*

La Surface plane ou plate & qu'on appelle Plan, eſt celle qui eſt également étenduë entre ſes extremitez, & ſur laquelle une ligne droite peut eſtre tirée en tous ſens.

14. *De la Surface courbe.*

La Surface courbe eſt appellée convexe ſi elle eſt relevée, & concave ſi elle eſt creuſe & enfoncée.



A. Surface convexe.
B. Surface concave.

15. *De l'aſſiette des Plans.*

Un Plan eſt horiſontal & de niveau s'il eſt couché comme le deſſus d'une eau calme, vertical & à plomb s'il eſt dreſſé comme un mur élevé bien droit, ſinon il eſt incliné, penché & en talu.

16. *Du Terme.*

Le Terme eſt l'extremité d'une quantité.

Le Point eſt un terme de la ligne, & la ligne eſt un terme de la ſurface comme la ſurface eſt un terme du corps. La ligne commence à un point, finit à un autre ; Et la ſurface eſt terminée ou d'une ſeule ligne ou de pluſieurs, de même que le corps eſt terminé ou d'une ſeule ſurface ou de pluſieurs.

18. *De la Figure.*

La figure d'un Plan, eſt la modification de ſes termes ou extremitez.

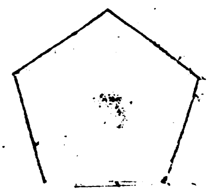
19. *De la Figure rectiligne.*

La figure rectiligne eſt compoſée de lignes droites qu'on nomme côtez.

20. *Des Poligones.*

Toutes figures Planes & rectilignes ſont nommées d'un nom general, Poligone, mais chacune en particulier a un nom propre tiré du nombre de ſes termes. *On appelle*

Triangle ou Trigone, la figure de 3. côtez.
Quadrilatere ou Tetragone celle de 4.
Pentagone celle de 5.
Exagone celle 6.
Eptagone celle de 7.
Octogone celle de 8.
Eneagone celle de 9.
Decagone celle de 10.
Ondecagone celle d'11.
Dodecagone celle de 12.



Vn Triangle ſe diſtingue d'un autre par la difference de ſes angles ou de ſes côtez.

21. *Du Triangle rectangle.*

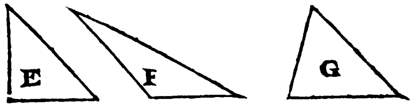
Le Triangle rectangle eſt celuy qui a un angle droit.

22. *Du Triangle ambligone.*

Le Triangle ambligone ou obtus-angle eſt celuy qui a un angle obtus.

23. *Du Triangle oxigone.*

Le Triangle oxigone a les trois angles aigus.



24. *Du Triangle équilateral.*

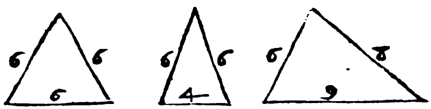
Le Triangle équilateral a ses trois côtez égaux.

25. *Du Triangle isocele.*

Le Triangle isocele a seulement deux côtez égaux.

26. *Du Triangle scalene.*

Le Triangle scalene a ses trois côtez inégaux.



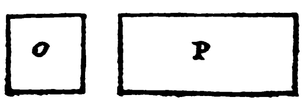
Les Figures de quatre côtez reçoivent aussi des denominations particulieres de la qualité de leurs angles & du rapport de leurs côtez.

27. *Du Quarré.*

Le Quarré est une figure de quatre côtez égaux & de quatre angles droits.

28. *Du Rectangle.*

Le Rectangle ou quarré long a ses angles droits & seulement ses côtez opposez égaux.



O. Quarré.
P. Rectangle.

29. *Du Parallelogramme.*

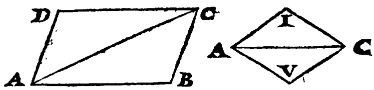
Le Parallelogramme a ſes côtez oppoſez paralleles.

30. *Du Rhombe.*

Le Rhombe ou Lozange eſt un parallelogramme qui a ſes quatre côtez égaux, mais ſeulement les angles oppoſez égaux, deux étant obtus & les deux autres aigus.

31. *De la Diagonale.*

La ligne AC. menée d'un angle à ſon oppoſé eſt appellée Diagonale.

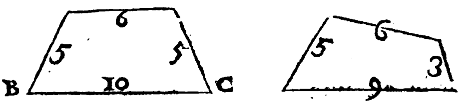


32. *Du Trapeze regulier.*

Le Trapeze regulier a deux côtez égaux & les deux autres inégaux mais paralleles. L'irregulier a ſes quatre côtez inégaux.

33. *De la Baſe.*

La Baſe eſt particulierement le côté ſur lequel la figure ſe repoſe, *comme le côté B C.*



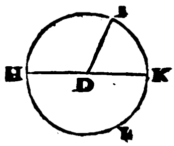
34. *Du Cercle.*

Le Cercle eſt un Plan terminé d'une ſeule ligne appellée Circonference, laquelle eſt par tout également éloignée d'un point qui en fait le milieu, & qu'on nomme Centre.

Par Cercle on entend aussi quelquefois la seule Circonference suivant l'usage du vulgaire.

35. *Du Diametre & du Rayon.*

Toutes lignes droites qui passent par le centre du Cercle & qui se terminent à la Circonference, sont nommées Diametres & leurs moitiées Rayons ou Demidiametres.



H I K. Circonference.
D. Centre.
H K. Diametre.
D I. Rayon.

36. *Des Degrez, Minutes, secondes, &c.*

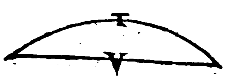
La Circonference du Cercle se divise ordinairement en 360 parties égales ou degrez, & *par consequent*, la demicirconference en 180, & le quart en 90. Chaque degré se soûdivise en 60 minutes, chaque minute en 60 secondes, & chaque seconde en 60 tierces, &c.

37. *De l'Arc.*

L'Arc est une partie de la Circonference d'un Cercle.

38. *De la Corde.*

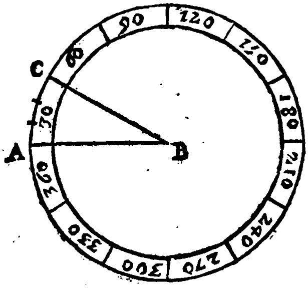
La Corde est une ligne droite qui joint un Arc par ses extremitez.



T. Arc.
V. Corde.

39. *De la mesure de l'Arc & de l'Angle.*

Les degrez & leurs parties sont la mesure de l'Arc, & l'Arc est la mesure de l'Angle.



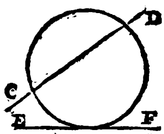
Par exemple, supposé que le point B soit le Centre du Cercle A C D. on jugera de la grandeur de l'Arc A C. par le nombre des degrez & des minutes qu'il contient, comme on jugera de l'ouverture de l'Angle A B C. par la grandeur de l'Arc A C.

40. *De la ligne Tangente.*

La ligne Tangente est celle qui touche un Cercle sans le couper, & sans le pouvoir couper ou traverser même estant continuée.

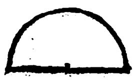
41. *De la Secante.*

La Ligne Secante, croise, coupe & traverse le Cercle.



42. *Du Demy cercle.*

Le Demy cercle est terminé par le diametre & la demicirconference.

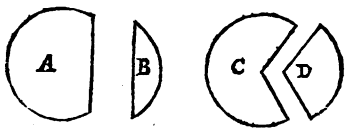


43. *De la Portion de Cercle.*

Si on coupe un Cercle en deux inégalement par une ligne droite, les parties ſont appellées Portions ou Segments.

44. *Du Secteur.*

Que ſi un Cercle eſt coupé en deux inégalement par deux rayons, les parties ſont dites Secteurs.



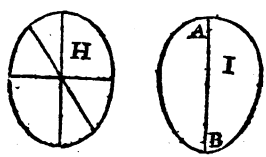
A. Grande portion.
B. Petite portion.
C. Grand Secteur.
D. Petit Secteur.

45. *De l'Ovale.*

L'Ovale eſt un Plan borné d'une ſeule ligne courbe qui ſe décrit de pluſieurs centres & que tous les diametres diviſent en deux également.

46. *De l'Elipſe.*

L'Elipſe eſt auſſi un plan terminé d'une ligne courbe, mais en figure d'œuf, & qu'un ſeul diametre diviſe en deux parties égales.



H. Ovale.
I. Elipſe.

47. *De la figure reguliere.*

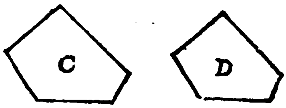
La figure Reguliere à ſes parties oppoſées ſemblables & égales.

48. *De l'Irreguliere.*

La figure irreguliere est composée d'angles & de côtez inégaux.

49. *De la figure Equiangle.*

La figure Equiangle a tous ses angles égaux, & deux figures sont équiangles, si les angles de l'une (quoy qu'inégaux entr'eux) sont égaux aux angles de l'autre.



La figure C est équiangle à la figure D.

50. *De la figure Equilaterale.*

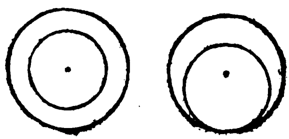
La figure Equilaterale a tous ses côtez égaux.

51. *Des figures Concentriques.*

Les figures Concentriques sont celles qui ont un même centre.

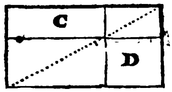
52. *Des Excentriques.*

Les Excentriques dépendent de plusieurs centres.



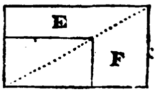
53. *Des Suplements.*

Quand un parallelogramme est divisé en quatre autres par un point de sa diagonale, les deux C, & D, que la diagonale ne coupe pas, sont appellez Suplements ou Complements.



54. *Du Gnomon.*

Gnomon est la difference de deux Rectangles, *ou bien*, c'est l'excez d'un Rectangle par dessus un autre Rectangle, les deux Rectangles ayant un angle commun & une même diagonale.



E F. Gnomon, ou Equiere.

55. *Des parties communes.*

Une partie est commune lors qu'elle appartient à plusieurs quantitez.

Par exemple, on dit que l'angle A B C qui appartient au rectangle D E, comme au rectangle A C, est commun : & que le triangle G H I est commun aux deux triangles G I L, G I F, parce qu'il fait partie de l'un comme il fait partie de l'autre. Ce triangle G H I peut aussi estre appellé commun de ce qu'il est joint au triangle G H L, de même qu'au triangle H I F.

56. *De la grandeur d'une quantité.*

Une quantité est dite grande ou petite par la comparaison qu'on en fait avec une autre de même espece.

57. *De la Raison de deux quantitez.*

Quand on compare deux quantitez entr'elles, ce que l'une est à l'égard de l'autre est appellé Raison.

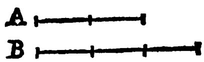
Par exemple, comparant une ligne de deux pieds à une de 3. on dit que la raison de l'une à l'autre est de 2 à 3. Ou que la premiere est à la deuxiéme en raison de 3 à 4. si la premiere est de trois pieds & la deuxiéme de quatre.

58. *Des Termes de la raison.*

Les Termes de la Raison sont les quantitez comparées.

59. *Des Termes antecedents & consequents.*

Comparant la ligne A à la ligne B, la ligne A est le terme antecedent & la ligne B le terme consequent.



60. *Des Raisons semblables & égales.*

Deux Raisons sont semblables & égales, lors que les termes de la premiere sont entr'eux comme les termes de la seconde.

La raison d'A à B est semblable & égale à celle de C à D, parce que comme 2 est moitié de 4, 3 est moitié de 6.

A, B.	C, D.
2, 4.	3, 6.

61. *Des Termes proportionnels.*

Si deux raisons sont semblables, leurs termes sont proportionnels.

Par exemple, 4 estant deux tiers de 6, comme 2 sont deux tiers de 3, nous disons que les quatre termes ou quantitez 2, 3. 4, 6, sont proportionnels.

62. *De la Proportion.*

La Proportion est un rapport de Raisons.

63. *Des Termes de la Proportion.*

La proportion ne peut avoir moins de trois termes.

Lorsque la Proportion n'a que trois termes, celuy du milieu est pris pour deux, comme si on dit qu'A est à B, comme B à C. 2 à 4, comme 4 à 8.

A, B, C.
2, 4, 8.

64. *Des Termes moyens & extremes.*

Dans la Proportion de trois termes, celuy du milieu est appellé moyen & les deux autres extremes.

65. *Des Termes en proportion continuée.*

Les Termes sont continuellement proportionnels, lors que ceux du milieu sont pris pour antecedents & pour consequents.

Comme si on dit qu'A est à B, comme B à C, & B à C, comme C à D.

A, B, C, D.
2, 4, 8, 16.

66. *De la Raison doublée & triplée.*

Lors que quatre termes sont continuellement proportionnels le premier est en raison doublée avec le troisiéme, & en raison triplée avec le quatriéme.

C'est à dire que la raison d'A à C, est doublée de celle d'A à B, & que celle d'A à D est triplée de la même raison d'A à B.

A, B, C, D.
1, 3, 9, 27.

67. *De la Raison converse.*

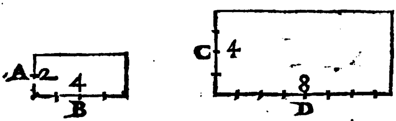
La Raison converse, est une comparaison du consequent à l'antecedent.

Comme si la raison d'A à B, estant la même que de C à D, on infere que B est à A, comme D à C.

A, B ; C, D.
2, 4 ; 4, 8.

68. *De la Raison alterne.*

La raison alterne ou par échange est celle où la comparaison se fait du consequent au consequent de même que de l'antecedent à l'antecedent.



Comme si A estant à C, comme B à D ; on conclud qu'A est à B, comme C à D.

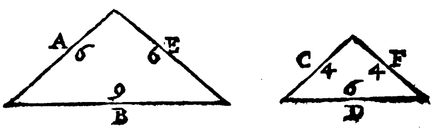
69. *De la proportion d'égalité.*

La Proportion d'égalité est un rapport des termes extremes d'une suite de raisons, *ou bien*, c'est un rapport de raisons qui resulte de quelque cercle de raisons semblables.

Comme si aprés avoir comparé G à H, comme I à K ; & I à K comme L à M ; & L à M, comme N à O ; on conclud, donc N est à O, comme G à H.

GH. IK. LM. NO. G 2, H 4.
2 4. 3 6. 4 8. 5 10. I 3, K 6. N 5, O 10.
L 4, M 8.

Ou bien si y ayant même raison d'A à B, que de C à D ; & de B à E, que de D à F ; on tire cette consequence, donc A est à E, comme C à F.



70. *De la Proportion de composition.*

La proportion de composition est celle où nous comparons plusieurs termes pris ensemble à plusieurs autres aussi pris ensemble de même qu'un seul à un seul, *ou bien*, celle où la comparaison se fait de plusieurs termes à un seul comme de plusieurs autres à un seul.

Comme si A estant à C de même que B à D, & B à D comme E à F ; nous tirons cette consequence que les trois termes A, B, E, pris ensemble, sont aux trois termes C, D, F, aussi pris ensemble, comme le seul E au seul F.

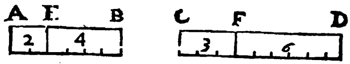
Ou que les trois termes A, B, E pris ensemble, sont au seul E, comme les trois termes C, D, F, pris aussi ensemble sont au seul F.

A, 6.	C, 4.
B, 9.	D, 6.
E, 3.	F, 2.
18.	12.

71. *De la Proportion de division.*

La Proportion de division est quand dans une raison ainsi que dans une autre, l'excez de l'antecedent par dessus le consequent, est comparé au même consequent.

Comme si A B estant à B E en même raison que C D à D F, on conclud que A E est à B E, comme C F à D F.



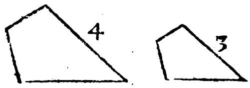
72. *Des figures semblables.*

Deux figures sont semblables quand elles ont les angles égaux & les côtez proportionnels.

C'est à dire que deux figures sont semblables (quoy qu'inégales) si les angles de l'une estant égaux aux angles de l'autre, leurs côtez sont en mêmes raisons.

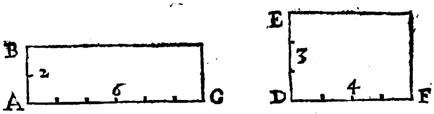
73. *Des termes Homologues.*

Dans les figures ſemblables, les côtez ſemblables ſont dits homologues. *Comme les côtez 3 & 4.*



74. *Des termes reciproques.*

Deux figures ont leurs côtez reciproques, ſi leurs côtez ſont proportionnels dans un ordre alternatif, *c'eſt à dire*, ſi les comparant alternativement l'un à l'autre, l'antecedent de la premiere raiſon, & le conſequent de la ſeconde, ſe trouvent dans une même figure.



Par exemple, ſi A B eſt à D F, comme D E à A C; ou ſi A B eſt à D E, comme D F à A C : ces deux rectangles B C, E F, ſont dits avoir ls côtez reciproques.

75. *Des plans égaux.*

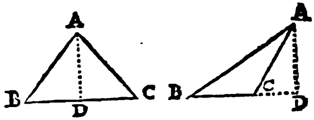
Les Plans égaux contiennent également & peuvent eſtre ſemblables & diſſemblables.

76. *De la convenance des plans.*

On dit que deux plans conviennent, lors qu'étans poſez l'un ſur l'autre, ils ne ſe ſurpaſſent en aucun endroit, les extremitez de l'un, ſe trouvant préciſement ſur les extremitez de l'autre.

77. *De la hauteur des Plans.*

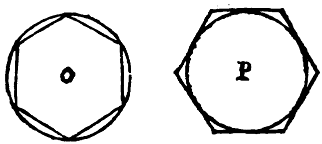
La hauteur d'un plan, eſt la perpendiculaire abaiſſée du ſommet à la baſe.



Ainſi la perpendiculaire A D eſt la hauteur du triangle A B C.

78. *Des figures inſcrites & circonſcrites au cercle.*

Une figure rectiligne eſt inſcrite dans un cercle, ſi elle le touche de tous ſes angles; mais elle eſt circonſcrite, lors que tous ſes côtez joignent & touchent le cercle autour duquel elle eſt décrite.



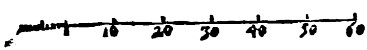
O. Figure inſcrite.
P. Figure circonſcrite.

79. *De l'Aire d'une figure.*

L'aire d'une figure eſt toute l'étenduë compriſe entre ſes termes.

80. *De l'Echelle.*

L'Echelle eſt une ligne droite, diviſée en pluſieurs petites parties égales, qu'on fait valoir certaines meſures, comme des pieds; des toiſes; des perches; &c.

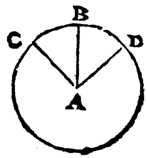


CHAPITRE SECOND.

NOTIONS.

I.

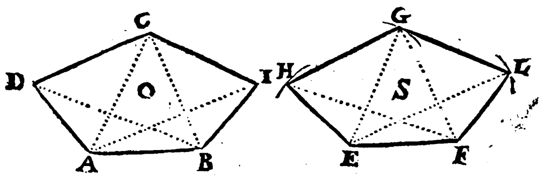
LEs Rayons d'un Cercle ſont égaux, de même que des lignes droites ſont égales, lors qu'on les a coupées d'une même ouverture de compas.



2.

Les Plans qui conviennent entr'eux, ſont égaux & ſemblables.

Par exemple, on conclura naturellement que les plans O, S, ſont égaux & ſemblables s'ils conviennent entr'eux; c'eſt à dire, ſi eſtant poſez l'un ſur l'autre, ils ſe trouvent avoir une même étenduë, par l'égalité de toutes leurs parties.



3.

Les Quantitez qui ſont égales à une même, ſont égales entr'elles.

Les quantitez A & C qui ſont égales à la quantité B, ſont égales entr'elles.

A.	B.	C.
8.	8.	8.

4.

Si on ajoûte des quantitez égales, à d'autres quantitez égales; celles qui en ſeront composées ſeront auſſi égales.

Les quantitez égales A, jointes aux égales B, produiſent les égales C.

A.	4.	4.	4.
B.	3.	3.	3.
C.	7.	7.	7.

5.

Si de pluſieurs quantitez égales, on ôte des quantitez égales, celles qui reſteront ſeront auſſi égales.

Oſtant les quantitez égales B, des égales A, reſtent les égales C.

A.	6,	6,	6.
B.	2,	2,	2.
C.	4,	4,	4.

6.

Les quantitez qui ſont moitiées, double ou triples d'une même, ou de pluſieurs égales, ſont égales: *ou bien*, Des quantitez ſont égales, ſi elles ſont en même raiſon avec une même, ou avec pluſieurs égales: Et une même ou pluſieurs égales, ſont en raiſon pareille avec des quantitez égales.

Par exemple, les nombres B, C, qui ſont chacun double du nombre A, ſont égaux, 4 eſtant égal à 4: De plus le nombre A eſt au nombre B comme au nombre C, puiſqu'il eſt ſouſdouble de l'un, comme il eſt ſouſdouble de l'autre.

A,	A,	B,	C.
2,	2,	4,	4.

7.

Des quantitez ſont égales, lorſqu'elles en ſont d'égales avec une même.

Le nombre A vaut dix avec le nombre B de même qu'avec le nombre C, parce que les nombres B & C, ſont égaux.

B	A	C
8.	2.	8.

8.

La Proportion converſe.

Si quatre quantitez ſont proportionnelles, la premiere étant à la ſeconde, comme la troiſiéme à la quatriéme; il y aura même raiſon de la ſeconde à la premiere, que de la quatriéme à la troiſiéme.

La premiere quantité A eſt moitié de la ſeconde B, comme la troiſiéme C, eſt moitié de la quatriéme D: auſſi la ſeconde eſt double de la premiere, comme la quatriéme eſt double de la troiſiéme.

A,	B.	C,	D.
2,	4.	3,	6.

9.

La Proportion alterne.

Si quatre quantitez de même eſpece ſont proportionnelles, elles le ſeront encore eſtant priſes alternativement.

C'eſt à dire, s'il y a même raiſon de la premiere quantité, à la deuxiéme, que de la troiſiéme à la quatriéme; il y aura auſſi même raiſon de la premiere à la troiſiéme, que de la deuxiéme à la quatriéme; ce qui eſt évident, car A, eſtant deux tiers de B, & C deux tiers de D; A eſt double de C, comme B eſt double de D.

A,	B;	C,	D.
8,	12;	4,	6.

10.

La Proportion d'égalité.

Six quantitez eſtant proportionnelles, tellement que la premiere ſoit à la deuxiéme, comme la troiſiéme à la quatriéme ; & la troiſiéme à la quatriéme comme la cinquiéme à la ſixiéme : la premiere ſera à la deuxiéme, comme la cinquiéme à la ſixiéme. *ou bien.* Si trois quantitez ſont entr'elles ainſi que trois autres, la premiere ſera à la troiſiéme, comme la quatriéme à la ſixiéme.

1. *Comme A à B, C à D ; & C à D comme E à F : auſſi A à B, 2 à 4, comme E à F, 5 à 10.*

2. *Les quantitez G, H, I, ſont entr'elles comme les quantitez K, L, M ; & comme G à I, 1 à 3 ; K à M, 2 à 6. puis que 1 eſt le tiers de 3, comme 2 eſt le tiers de 6.*

A, B ; C, D ; E, F.		G H I	K L M
2, 4 ; 3, 6 ; 5, 10.		1 2 3	2 4 6

11.

La Proportion de compoſition.

Si pluſieurs quantitez ou termes ſont proportionnels, un antecedent ſera à ſon conſequent ; comme tous les antecedents pris enſemble, à tous les conſequents auſſi pris enſemble. Et un antecedent ſera à tous les antecedens pris enſemble, comme ſon conſequent, à tous les conſequents auſſi pris enſemble.

1. *Les termes 3, 9 ; 2, 6 ; 1, 3 ; ſont proportionnels, auſſi comme l'antecedent A eſt au conſequent B, 3 à 9 ; les trois antecedents A C E pris enſemble, ſont aux trois conſequents B D F, auſſi pris enſemble ; 6 eſtant le tiers de 18, comme 3 eſt le tiers de 9.*

2. *L'antecedent E eſt aux trois antecedents A C E, 1 à 6 ;*

comme le consequent F, aux trois consequents B D F, 3 à 18: un estant six fois en six, comme 3 est six fois en 18.

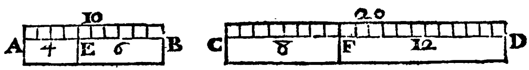
A,	3	B,	9
C,	2	D,	6
E,	1	F,	3
	6		18

12.

La Proportion de Division.

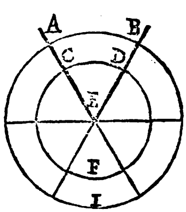
Les quantitez qui sont proportionnelles estant composées, le sont encore estant divisées.

La raison de A B à B E, 10 à 6, est pareille à celle de C D à D F, 20 à 12; Aussi y a-t'il même raison d'A E à B E, 4 à 6, que de C F à D F, 8 à 12.



13.

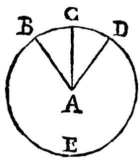
Les Arcs qui mesurent un même angle, ou des angles égaux, sont en même raison avec leurs cercles; & contiennent même nombre de degrez.



Supposé les angles égaux A E B, C E D, posez l'un sur l'autre, comme n'en faisant qu'un seul: les cercles A B I, C D F estant décrits du point E, il est évident que si par exemple *l'arc A B est de 60 degrez, sixiéme partie de 360, & que le reste du cercle soit divisé de 60 en 60 degrez, par des lignes menées au centre E; le petit cercle sera divisé comme le grand en six parties égales: & que comme l'arc A B qui mesure l'angle A E B, sera la sixiéme partie de son cercle A B I, l'arc C D qui mesure l'angle C E D sera aussi de 60 degrez sixiéme partie de son cercle C D F.*

14.

Dans les angles égaux, les arcs décrits d'une même ouverture de compas, sont égaux : & si les arcs sont égaux, les angles le sont aussi.

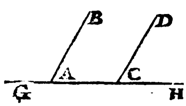


Si par exemple, les angles B A C, C A D sont égaux, ils sont mesurez par des arcs B C, C D, qui ont même raison avec leur cercle ; de sorte que si l'arc B C est de 40 degrez ; C D est aussi de 40 degrez (suivant la precedente) & ces degrez estant les parties égales d'un même cercle B D E, l'arc B C est égal à l'arc C D.

De plus il s'ensuit avec évidence, que ces arcs estant égaux les angles B A C, C A D qui en sont mesurez sont aussi égaux.

15.

Lors que deux lignes droites & paralleles se terminent sur une autre ligne droite, les angles qu'elles font de même part sont égaux.



On connoist naturellement que les lignes A B, C D, estant paralleles, elles sont inclinées l'une comme l'autre sur la ligne G H; & que les angles qu'elles font de même part, par exemple les angles A & C, sont égaux ; & que si ces angles estoient inégaux, les lignes A B, C D seroient inclinées diversement & ne seroient pas paralleles. Il s'ensuit que

16.

Les lignes qui tombent sur une autre faisant les angles de même part égaux, sont paralleles.

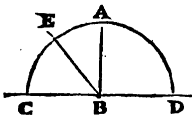
17.

Deux costez d'un triangle pris ensemble, sont toûjours plus grands que le troisiéme.

Le plus court passage d'un point à un autre, est la ligne droite ; ainsi les côtez A C, C B qui font un angle, sont plus grands pris ensemble, que la seule base A B.

18.

Une ligne qui tombe ſur une autre fait avec elle deux angles, leſquels pris enſemble, valent deux droits, *c'eſt à dire*, 180 degrez.

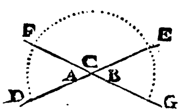


1. Si la ligne A B eſt perpendiculaire ſur C D, les deux angles C B A, A B D. ſont droits (par la 10 du 1.)

2. Suppoſé la ligne B E, les deux angles C B E, E B D, qui ont un demi cercle pour meſure, c'eſt à dire 180 degrez (ſuivant la 36 du 1,) ſont égaux pris enſemble aux deux angles droits C B A, A B D, qui ſont meſurez par les mêmes 180 degrez.

19.

Quand deux lignes droites ſe coupent, les angles oppoſez au ſommet ſont égaux.

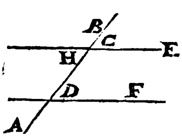


Les lignes D E, F G ſe coupent, je fais donc voir que les angles A & B, oppoſez au ſommet ſont égaux.

L'angle C vaut deux angles droits avec l'angle A comme avec l'angle B (ſuivant la precedente) donc les angles A, & B ſon égaux (ſuivant la 7.)

20.

Une ligne droite qui coupe deux paralleles, fait les angles alternes égaux.



La ligne A B coupant les paralleles H E, D F, nous diſons que les angles alternes D, H ſont égaux.

L'angle C eſt égal à l'angle D (par la 15.) il eſt auſſi égal à l'angle H ſon oppoſé au ſommet (par la precedente) Donc (par la 3) l'angle D eſt égal à l'angle H ſon alterne.

De cette notion ſe conclud la ſuivante.

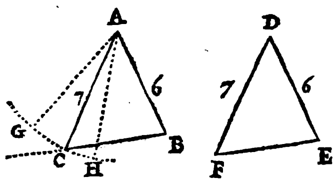
21.

Deux lignes droites ſont paralleles, ſi une troiſiéme venant à les traverſer fait les angles alternes égaux.

22.

S'il ſe trouve dans un triangle, un angle & deux côtez égaux à un angle & deux côtez pris en même ordre dans un autre triangle, les deux triangles ſont égaux & ſemblables ; c'eſt à dire que les côtez & les angles de l'un, ſont égaux aux côtez & aux angles de l'autre.

Premierement, que les côtez A B, A C du triangle A B C ſoient égaux aux côtez D E, D F du triangle D E F, & que l'angle C A B ſoit auſſi égal à l'angle D, je dis que les deux triangles ſont égaux & ſemblables.



Si l'angle D eſtoit poſé ſur l'angle C A B qui luy eſt égal, les jambes D E, D F tomberoient ſur leurs égales A B, A C, & la baſe E F ſe trouveroit ſur la baſe B C, ainſi les deux triangles A B C, D E F, conviendroient entr'eux. Donc ils ſont égaux & ſemblables, (ſuivant la 2.)

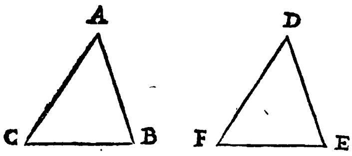
2. Suppoſé les côtez A B, A C égaux aux côtez D E, D F, & l'angle B égal à l'angle E, je dis encore, que les deux triangles ſont égaux & ſemblables. Que l'arc G H ſoit décrit du point A & de l'intervale A C, ou D F ſon égal.

Si l'angle E eſtoit poſé ſur l'angle B, les lignes A B, D E eſtant égales, le point D, ſeroit ſur le point A, & la ligne D F tomberoit préciſement ſur ſon égale A C, car plus haut comme en A G elle ne joindroit pas la baſe B C, ou en ſeroit coupée ſi elle ſe trouvoit plus bas comme en A H : ainſi les trois points D, E, F ſe trouveroient ſur les trois points A B C. Donc les deux triangles ſont égaux & ſemblables.

23.

Deux triangles qui ont les côtez égaux, ſont équiangles, ſemblables & égaux.

Que les côtez du triangle A B C ſoient égaux aux côtez du *triangle D E F, je dis premierement que les deux triangles ont aussi les angles égaux, c'est à dire que les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre, & je le démontre.*



Si on suppose seulement les côtez A B, A C égaux aux côtez D E, D F; mais l'angle A égal à l'angle D; il s'ensuivra par la precedente que la base B C sera égale à la base E F: Or les bases B C, E F, sont établies égales; Donc les angles A & D sont égaux. Et la même démonstration se fera des autres angles.

2. Ces triangles ayant leurs côtez & leurs angles égaux, ils conviendront en toutes leurs parties si on les pose l'un sur l'autre; Donc ils sont équiangles, égaux & semblables.

De cette notion on tire la suivante.

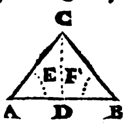
24.

Dans les triangles égaux & semblables, les angles égaux sont opposez aux côtez égaux.

25.

Dans le triangle isocele, les angles opposez aux côtez égaux, sont égaux.

Le triangle A B C est isocele, j'ay donc à faire voir que les angles A & B, opposez aux côtez égaux A C, B C, sont égaux.



Que la base A B soit divisée en deux également par la ligne D C les deux triangles E, F, seront équiangles (par la 23) car les côtez de l'un seront égaux aux côtez de l'autre. Donc (par la precedente) les angles A & B opposez au côté commun D C, sont égaux.

D'où il s'ensuit que

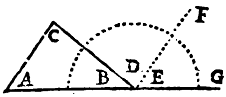
26.

Si deux lignes A C, B C, s'inclinent l'une vers l'autre par des angles égaux sur une troisiéme, elles font un triangle isocele.

27.

Le côté prolongé d'un triangle, fait un angle exterieur qui est égal aux deux interieurs opposez.

Que la base A B du triangle A B C soit prolongée vers G, je dis que l'angle C B G qu'on appelle exterieur, est égal aux deux interieurs opposez A & C.



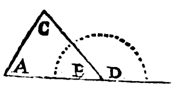
J'ay tiré E F parallele à A C, ainsi l'angle E est égal à l'angle A, (par la 15) & (par la 20) l'angle D, l'est à son alterne C. Donc le seul C B G est égal aux interieurs opposez A & C. Il s'ensuit que

28.

L'angle exterieur d'un triangle, est toûjours plus grand que l'un ou l'autre des interieurs opposez.

29.

Les trois angles d'un triangle valent deux angles droits ou 180 degrez.



Les angles A & C pris ensemble sont égaux à l'angle exterieur D, (par la 27,) les angles B, D, valent deux angles droits ou 180. degrez (par la 18:) Donc les angles B, A, C, valent aussi deux angles droits ou 180 degrez.

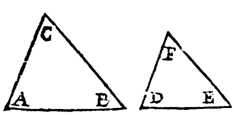
Il s'ensuit que

30.

1. Les trois angles d'un triangle valent autant pris ensemble, que les trois angles d'un autre triangle.

31.

2. Si deux triangles ont deux angles égaux, ils sont équiangles.



C'est à dire par exemple, que si les angles A & B du triangle A B C sont égaux aux angles D & E du triangle D E F, l'angle C est aussi égal à l'angle F.

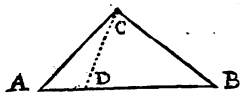
32.

3. Si un triangle a un angle droit ou obtus, les deux autres ſont aigus.

33.

Le plus grand angle d'un triangle, eſt oppoſé au plus grand côté.

Le côté A B du triangle A B C, eſtant plus grand que le côté B C, je fais voir que l'angle A C B, eſt plus grand que l'angle A.

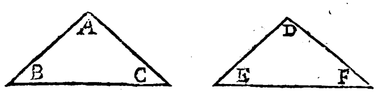


J'ay coupé B D égale au côté B C, ainſi le triangle B C D, eſt iſocele, & les angles C, D, ſont égaux (par la 25.) Or l'angle D qui eſt exterieur eu égard au triangle A D C, eſt plus grand que ſon oppoſé interieur A, (par la 28) & l'angle C qui eſt égal à l'angle D, ne fait que partie de l'angle A C B. Donc l'angle A C B eſt plus grand que l'angle A.

34.

Un triangle qui a un côté & deux angles égaux à ceux d'un autre, luy eſt égal en toutes ſes parties.

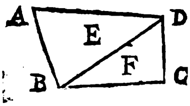
Premierement, ſuppoſé qu'on trouve dans le triangle A, les angles B, C égaux aux angles E, F, du triangle D; on conclud (par la 31) que les deux triangles ſont équiangles.



2. Si l'un des côtez, par exemple la baſe B C, eſt égale à la baſe E F, il eſt évident que les deux triangles conviendront enſemble eſtant poſés l'un ſur l'autre; car ſuppoſé la baſe B C ſur la baſe E F, les côtez A B, A C, ſe trouveront auſſi ſur les côtez D E, D F; autrement les triangles ne ſeroient pas équiangles. Donc le triangle A eſt en toutes ſes parties, égal au triangle D (ſuivant la 2.)

35.

Dans une figure de quatre côtez, les quatre angles pris enſemble, ſont égaux à quatre droits.

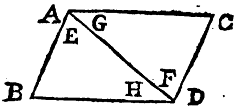


Supposé la diagonale B D, les angles du quadrilatere A C, sont composez de ceux des triangles E, F, lesquels pris ensemble valent quatre droits (par la 29.)

36.

Les lignes qui en conjoignent deux autres égales & paralleles, sont égales & paralleles, faisant ensemble un parallelogramme.

Par exemple, que les lignes A B, C D soient égales & paralleles, je trouve qu'A C, B D qui les conjoignent, sont aussi égales & paralleles.



1. Supposé la ligne A D les angles alternes E, F, sont égaux (par la 20.) & les jambes de l'angle E estant égales à celle de l'angle F, les triangles A C D, A B D sont égaux & semblables (par la 22.) Les lignes A C, B D sont donc égales, par la 24.

2. Puisque les triangles A C D, A B D, sont semblables, ils ont (suivant la 24) les angles G, H, égaux; lesquels estant alternes, A C, B D sont paralleles (par la 21) & le plan A B C D est un parallelograme (suivant la 29. du 1.)

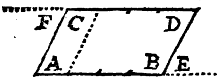
Il s'ensuit que

37.

Un parallelogramme est coupé en deux également par sa diagonale.

38.

Un parallelogramme a ses angles & ses côtez opposez égaux.



Je dis que les angles opposez A, D; B, C; du parallelogramme A D sont égaux: comme aussi ses côtez opposez A B, C D; A C, B D. Que le côté C D, soit prolongé vers F, & A B vers E.

1. Les lignes A B, C D, A C, B D estant paralleles, l'angle E est égal à son alterne D, (par la 20) il est aussi égal à l'angle A qui est de même part (par la 15.) Donc, (par la 3) les angles A, D, sont égaux. De plus, l'angle D est égal à l'angle de même *part F; comme à l'angle E son alterne; ainsi les angles E, F, sont égaux : les angles C, F valent deux angles droits, de même que les deux angles B, E, (par la 18;) Donc (par la 5) les angles opposez, B, C, sont aussi égaux.*

2. Si la ligne A C couloit d'une même ouverture d'angles entre les paralleles C D, A B; il est évident que le point A, n'arriveroit pas plustost sur le point B, que toute la ligne A C, se trouveroit sur sa parallele B D; & que le point C, auroit fait autant de chemin dans la ligne C D, que le point A, en auroit fait dans la ligne A B. Donc les lignes A B, C D sont égales, & (par la 36) A C, B D, le sont aussi. Il s'ensuit que

39.

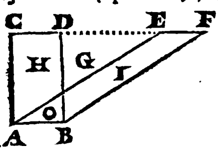
Un plan de quatre angles est parallelogramme si ses côtez opposez sont égaux.

40.

Les Parallelogrammes qui sont sur une même base, & entre les mêmes paralleles, sont égaux.

Les parallelogrammes B C, A F, sont sur une même base A B, & entre les mêmes paralleles A B, C F; j'ay donc à faire voir qu'ils sont égaux.

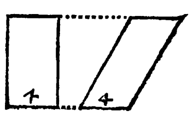
Dans les parallelogrammes, les costez opposez sont égaux (suivant la 38) ainsi les lignes A C, A E sont égales aux lignes B D, B F; & A B l'est à C D, de même qu'à E F; de plus C D, l'est à E F (par la 3) & CE à D F (par la 4.)



Les lignes A C C E, A E, estant donc égales aux lignes B D, D F, F B; les triangles A C E, B D F, sont égaux (par la 23) desquels si on ôte le commun G, le quadrilatere H, restera égal au quadrilatere I (par la 5;) Mais si à ces quadrilateres on redonne le petit triangle O, le parallelogramme A B C D; sera égal au parallelogramme A B E F. De cette notion on conclud la suivante.

41.

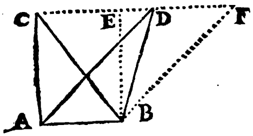
Les Parallelogrammes de même hauteur, faits sur des bases égales, sont égaux.



42.

Les triangles décrits ſur une même baſe, & entre les mêmes paralleles, ſont égaux.

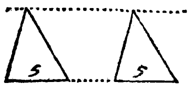
Les triangles A B C, A B D, ſont ſur une même baſe A B, & ſe terminent entre les mêmes paralleles C F, A B: Ainſi il faut prouver leur égalité; Peur cela, qu'on ſuppoſe E B parallele à A C, & B F parallele à A D.



Les parallelogrammes A B C E, A B D F, ſont égaux (par la 40) les triangles propoſez A B C, A B D, ſont leurs moitiés (ſuivant la 37.) Donc ils ſont égaux (par la 6.) De plus il eſt évident que

43.

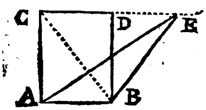
Les triangles de même hauteur faits ſur des baſes égales ſont égaux.



44.

Si un parallelogramme & un triangle ſont ſur une même baſe & entre mêmes paralleles, le parallelogramme eſt double du triangle.

Par exemple, que les lignes A B, C E, ſoient paralleles, nous diſons que le parallelogramme A B C D, eſt double du triangle A B E. Tirez la diagonale B C ou la ſuppoſez.



Les triangles A B C, A B E ſont égaux (par la 42) le parallelogramme A B C D eſt double du triangle A B C (par la 37.) Donc il eſt double de ſon égal A B E.

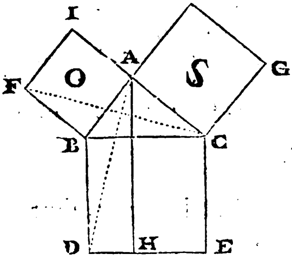
45.

Au triangle rectangle, le quarré du côté opposé à l'angle droit, eſt égal aux quarrez des deux autres côtez.

Et

Et la perpendiculaire abaissée de l'angle droit coupe le quarré opposé, en deux rectangles qui sont entr'eux comme les deux autres quarrez, chaque rectangle estant égal à son quarré.

L'angle B A C estant droit, on dit que le quarré B E est égal aux deux quarrez O, S; & supposé la perpendiculaire A H, je prouve premierement que le rectangle B H est égal au quarré O. Tirez les lignes C F, A D.



Les triangles B F C, B D A sont égaux (par la 22) ils ont les côtez F B, B C; A B, B D égaux; comme aussi leurs angles F B C, A B D; lesquels sont chacun composez d'un angle droit & du commun A B C.

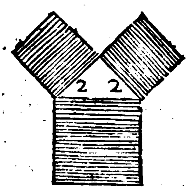
Le quarré O, est double du triangle B F C, & le rectangle B H est double du triangle B A D (par la precedente.) Donc le quarré O, est égal au rectangle B H (par la 6.)

On fera voir de même, que le quarré S, est égal au rectangle C H. Donc le quarré D C est égal aux deux O, S, & ces deux quarrez sont entr'eux comme les deux rectangles B H, G H.

Il s'ensuit que

46.

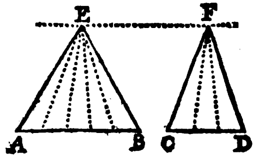
Si un triangle rectangle est isocele, le quarré du côté opposé à l'angle droit, est double de chacun des quarrez faits sur les côtez égaux.



47.

Les triangles de hauteurs égales, sont entr'eux comme leurs bases.

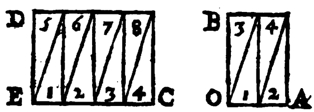
Supposé E F parallele à A D, on dit que le triangle A B E, est au triangle C D F, comme la base A B est à la base C D : c'est à dire, que si par exemple, la base A B est double ou triple de la base C D, le triangle A B E, est double ou triple du triangle C D F.



Supposé que la base A B soit de 5 pieds, la base C D de 3, & que de ces parties on ait mené des lignes aux angles E, F; ces lignes diviseront les triangles proposez en huit petits triangles qui seront égaux (suivant la 43.) Le premier A B E en contiendra cinq, & le deuxiéme C D F trois; donc les triangles A B E, C D F, sont entr'eux, en raison de 5 à 3, comme leurs bases A B, C D.

48.

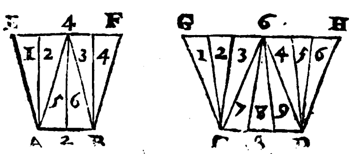
Les parallelogrammes de même hauteur, sont en même raison que leurs bases.



Le parallelogramme C D, composé de huit triangles égaux, est double du parallelogramme A B, composé de quatre; comme la base C E, de quatre parties égales, est double de la base A O de 2.

49.

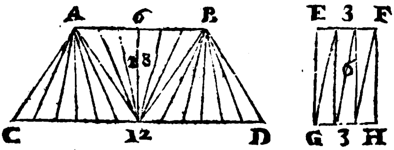
Les trapezes de hauteurs égales, sont entr'eux comme leurs bases, quand leurs bases sont en même raison, que les côtez paralleles qui leurs sont opposez.



Les bases A B, C D sont entr'elles comme leurs côtez opposez paralleles E F, G H; car comme 4 à 6, 2 à 3: aussi le premier trapeze de six triangles, est au deuxiéme de neuf, comme la base A B, à la base C D, 2 à 3; six estant deux tiers de neuf, comme deux sont deux tiers de trois.

50.

Les trapezes de même hauteur, dont les bases se trouvent paralleles à leurs côtez opposez, sont entr'eux, comme les sommes de leurs côtez paralleles.

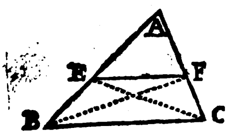


La somme des côtez paralleles AB, CD, est 18, celle des côtez paralleles EF, GH, est 6; & comme 18 est triple de 6, aussi le trapeze AD composé de 18 triangles, est triple du trapeze EF, composé de 6.

51.

Si dans un triangle, une ligne est parallele à un des côtez, elle divise les deux autres proportionnellement.

Que la ligne EF, soit parallele au côté BC, on prouve que le côté AB, est coupé en E; comme le côté AC, l'est en F; c'est à dire, que la raison d'AE, à EB, est semblable à celle d'AF, à FC. Supposé les lignes CE, BF.



Les triangles EFB, EFC, sont égaux (par la 41,) & (par la 47,) Comme AE est à BE, le triangle AEF est au triangle BEF ou CEF son égal; de plus, comme le triangle AEF au triangle CEF, AF est à FC. Donc (par la 10) c'est à dire par la proportion d'égalité, il y a même raison d'AE à EB, que d'AF à FC.

Il s'ensuit que

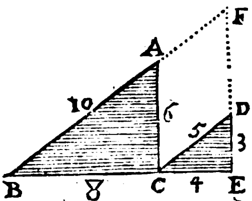
52.

La ligne qui divise proportionnellement deux côtez d'un triangle, est parallele au troisiéme.

53.

Les triangles équiangles, ont les côtez proportionnels.

Si les triangles ABC, DCE sont équiangles, ils ont les côtez proportionnels; c'est à dire, que les côtez du premier sont entr'eux, comme les côtez du deuxiéme, je le démontre.



Que les bases BC, CE ne fassent qu'une ligne droite; les angles ABC, DCE estant égaux, de même que les angles ACB, DEC; les côtez AB, CD, sont paralleles; comme aussi les côtez AC, DE: (par la 16) & BA, ED, estant prolongez en F; ACDF est un parallelogramme qui a les côtez AF, FD, égaux à leurs opposez CD, CA, (par la 38.) Cela établi, venons à nostre démonstration.

1. Dans le triangle BEF, CD est parallele à BF. Donc (par la 51) il y a même raison de DE à DF ou CA son égale, que de CE, à CB: & par échange (c'est à dire par la 9) DE est à CE, comme AC à BC.

2. La ligne AC est parallele à EF; ainsi, il y a même raison d'AB, à AF, ou CD son égale; que de CB à CE: & par échange BA est à BC, comme CD à CE.

Et enfin par égalité (c'est à dire par la 10) AB est à AC, comme DC à DE: Donc les triangles équiangles ont les côtez proportionnels. Il s'ensuit que

54.

Les triangles qui ont les côtez proportionnels, sont équiangles. *De plus*

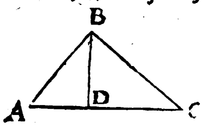
55.

Les triangles qui ont les angles égaux, ou les côtez proportionnels, sont semblables.

56.

Le triangle rectangle se divise en deux autres qui luy ſont ſemblables, par la perpendiculaire tirée de l'angle droit ſur le côté oppoſé.

Suppoſé que la ligne B D tirée de l'angle droit A B C, ſoit perpendiculaire au côté oppoſé A C, je prouve que les triangles A B D, B C D ſont ſemblables au triangle rectangle A B C.



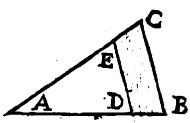
1. Les triangles A B C, A B D ont l'angle A commun, & leurs angles A B C, A D B ſont droits : donc (par la 31) ils ſont équiangles & ſemblables (par la 55.)

2. Les triangles A B C, B C D, ſont auſſi ſemblables par la même raiſon, ils ont l'angle C commun, & chacun un angle droit.

57.

Deux triangles ſont ſemblables quand ils ont un angle commun, & les côtez oppoſez à cet angle, paralleles.

Que D E, ſoit parallele à B C, je dis que les triangles A D E, A B C ſont ſemblables.

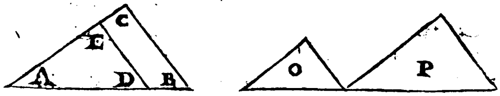


Puiſque les lignes B C, D E ſont paralleles, l'angle D eſt égal à l'angle B; l'angle E, l'eſt à l'angle C, (par la 15) l'angle A eſt commun; ainſi les triangles A B C, A D E ont les angles égaux, & ſont ſemblables (par la 55)

58.

Deux triangles qui ont un angle égal, & les côtez de cet angle proportionnels, ſont ſemblables.

Si A B eſt à A D, comme A C à A E, les triangles A B C, A D E ſont ſemblables, je le prouve.



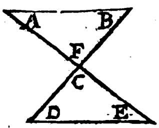
Par la diviſion de raiſon (c'eſt à dire par la 12) A D eſt à D B, ainſi qu'A E à E C; Donc D E eſt parallele à B C (ſuivant la 52) & les triangles ſont ſemblables (par la precedente.)

La même choſe doit s'entendre des triangles ſeparez O, & P.

59.

Deux lignes qui se croisent entre deux paralleles, font deux triangles semblables ; & si une des croisées est coupée en deux également par l'autre, ou que les deux paralleles soient égales, les triangles sont semblables & égaux.

1 *Les lignes A E, B D se coupant entre les paralleles A B, D E; je dis que les triangles A B F, C D E, sont semblables.*



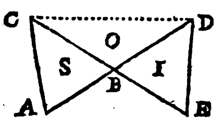
Les angles opposez C, F, sont égaux (par la 19) les alternes A, E, le sont aussi, de même que les alternes B, D; (par la 20) Donc (par la 55) les triangles ABF, CDE sont semblables.

2 *Si A E est coupée en deux également par B D, ou B D par A E, ou qu'A B soit égale à sa parallele D E; les deux triangles sont semblables & égaux (par la 34.)*

60.

Si deux triangles égaux, ont un angle égal; les côtez qui font cet angle sont reciproques.

Les triangles S, I, estant égaux; & leurs angles au point B égaux; on prouve qu'A B, base du premier triangle, est à D B côté du second, comme B E base du second, est à B C côté du premier Que A D, C E soient deux lignes droites, & qu'elles fassent avec la ligne C D, le triangle O.



Puis que les triangles S, I, sont égaux, ils ont même raison au triangle O, c'est à dire qu'il y a même raison du triangle S au triangle O, que du triangle I, au même triangle O; & ces triangles estant entr'eux comme leurs bases (suivant la 47,) A B, base du triangle S, est à B D, base du triangle O; comm B E, base du triangle I, est à B C, base du même triangle O Donc les triangles proposez S, I, ont les côtez reciproques (suivant la 75 du 1.) Il s'ensuit que

61.

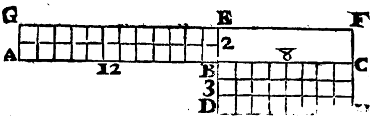
Deux triangles sont égaux, s'ils ont un angle égal, & les côtez de cet angle, reciproques.

62.

Quatre lignes estant proportionnelles, le rectangle compris sous les extrémes, est égal au rectangle compris sous les moyennes.

Qu'A B soit à B C, comme B D à B E; le rectangle A E compris sous les extrémes A B, B E; est égal au rectangle B H, compris sous les moyennes B C, B D: je le fais voir.

Que les lignes A B C fassent une ligne droite, de même que les lignes D B E; & que B F soit un rectangle produit par la continuité des lignes G E, H C.



Il y a même raison du rectangle A E au rectangle B F; que de la base A B à la base B C; Et du rectangle B H au rectangle B F, que de la base B D à la base B E (par la 48.) La raison de la base A B à la base B C, 12 à 8; est comme celle de la base B D à la base B E, 3 à 2: Ainsi, il y a même raison du rectangle A E au rectangle B F, que du rectangle B H, au même rectangle B F. Donc (par la 6) les rectangles A E, B H sont égaux. Aussi contiennent-ils chacun vingt-quatre petits quarrez égaux.

63.

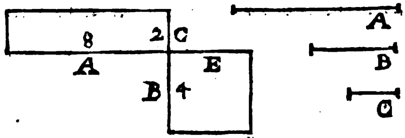
Les rectangles égaux, ont les côtez reciproques.

Les rectangles A E, D C sont égaux, nous l'avons prouvé: & comme A B à B C, 12 à 8; B D à B E, 3 à 2; ou ce qui est la même chose, comme A B à B D, 12 à 3; B C à B E, 8 à 2: ainsi l'antecedent de la premiere raison, & le consequent de la seconde, se trouvent dans le premier rectangle A E: Donc les rectangles égaux A E, B H ont les côtez reciproques (suivant la 74 du 1.)

64.

Trois lignes estant proportionnelles, le rectangle compris sous les extrémes, est égal au quarré fait sur la moyenne. Et si le quarré est égal au rectangle, les lignes sont proportionnelles.

1, *Que les lignes A, B, C, soient proportionnelles, le rectangle BC, compris sous les extrémes A, C; est égal au quarré BE fait sur la moyenne B, je le prouve.*



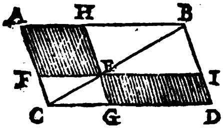
Comme A à B ou E son égale, ainsi B à C: Donc (par la 62) le rectangle AC est égal au quarré BE.

2. Le quarré & le rectangle estant égaux, ils ont les côtez reciproques (par la 63.) Ainsi comme A à E ou B son égale, B à C.

65.

Les complements ou supplemens d'un parallelogramme sont égaux.

Que les supplemens FH, GI, soient égaux, je le démontre.



Les trois parallelogrammes AD, HI, FG, sont coupez chacun en deux triangles égaux par la diagonale BC (suivant la 37.) Donc si des triangles égaux ABC, BCD, on soustrait les égaux BHE, BIE; CEF, CEG: Les supplemens FH, GI, resteront égaux (par la 5.)

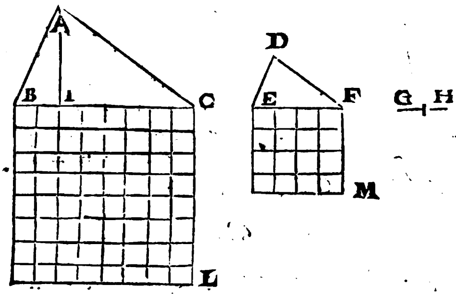
66.

Les triangles semblables sont en raison doublée, ou ce qui est la même chose, ils sont entr'eux comme les quarrez de leurs côtez homologues.

Supposé les triangles semblables ABC, DEF, on dit qu'ils sont en raison doublée de leurs côtez homologues BC, EF; de sorte que si une ligne GH est à EF, comme EF à BC; ABC sera au triangle DEF, comme la base BC, à la troisiéme proportionnelle GH. Que BI soit coupée égale à GH.

Les angles B, E, sont égaux, puisque les triangles ABC, DEF sont semblables; & AB est à DE comme BC à EF (par la 51.) De plus, comme BC à EF, EF à GH ou BI son égale;

ainsi, comme A B à D E, E F à B I (par la 10.) Les triangles A B I, D E F ont donc les côtez reciproques autour des angles égaux B, E; & (par la 61) ils sont egaux. Mais le triangle A B C a même raison à A B I, que B C à B I ou G H son égale (par la 47.) Donc A B C est à A B I ou D E F son égal, comme B C à G H; de sorte que si B C estoit double, moitié ou triple de G H; le triangle A B C seroit double, moitié, ou triple du triangle D E F: B C est quadruple de G H, donc A B C est quadruple du triangle D E F, de même que le quarré B L est quadruple du quarré E M.

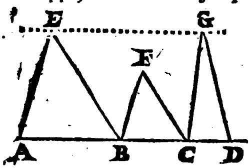


Les 16 petits quarrez égaux compris dans le quarré E M, & le 64 compris dans le quarré B L; font voir que le quarré B L est quadruple du quarré E M, 16 estant le quart de 64.

67.

Si trois triangles ont leurs bases proportionnelles, & que le premier & le troisiéme soient de même hauteur; le deuxiéme sera égal au dernier s'il est semblable au premier: mais au contraire, s'il est semblable au dernier, il sera égal au premier.

Supposé les trois bases proportionnelles A B C D, & les triangles A B E, C D G de même hauteur;

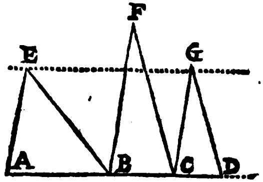


je dis premierement que le triangle F construit sur la moyenne, est égal au triangle G, parce qu'il est semblable au triangle E.

Puis que les triangles A B E, B C F sont semblables, ils sont en raison doublée de leurs bases, c'est à dire, qu'il y a même raison du trian-

gle ABE au triangle BCF, que de la base AB à la troisiéme proportionnelle CD (suivant la precedente.) Or il y a même raison du triangle ABE au triangle CDG, que de la base AB à la base CD (par la 47.) Ainsi le triangle ABE, a même raison au triangle BCF, qu'au triangle CDG. Donc (par la 6) les triangles BCF, CDG sont égaux.

Secondement je prouve que le triangle F, qui est semblable au triangle G, est égal au triangle E.

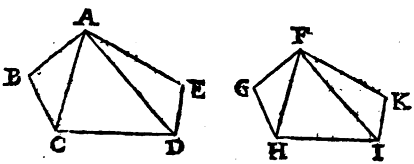


Le triangle CDG est à son semblable BCF, comme sa base CD à la troisiéme proportionnelle AB; & comme CD à AB, le triangle CDG au triangle ABE (suivant la 47.) Donc le triangle G a même raison au triangle F, qu'au triangle E; Donc les triangles ABE, BCF sont égaux.

68.

Les Poligones semblables, se divisent en des triangles semblables.

Que les poligones BE, GK soient semblables, je dis que les triangles de l'un, sont semblables aux triangles de l'autre.

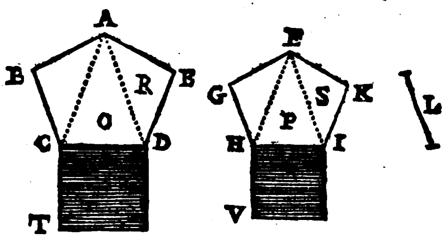


Les poligones estant semblables, les angles B, G sont égaux, & AB est à BC, comme FG à GH (suivant la 72 du 1.) Donc les triangles ABC, FGH sont semblables (par la 58) & AC est à CB comme FH à GH. De plus comme BC, à CD, GH à HI; donc par égalité, comme AC à CD, FH à HI; & les angles égaux BCA, GHF, estant soustraits des égaux BCD, GHI; les angles ACD, FHI, restent égaux. Donc les triangles ACD, FHI sont encore semblables, (par la même 58.) Et par consequent, comme AD à DC, FI à IH; mais comme CD à DE, HI à IK; donc par égalité *comme AD à DE, FI à IK; & les angles ADE, FIK estant égaux, puisqu'ils restent des égaux CDE, HIK, desquels sont soustraits les égaux ADC, FIH; les triangles ADE, FIK sont aussi semblables.*

69.

Les poligones semblables sont en raison doublée, ou ce qui est le même, il sont entr'eux comme les quarrez de leurs côtez homologues.

Les Poligones ABCDE, FGHIK sont semblables, il faut donc prouver qu'il sont en raison doublée de leurs côtez homologues, par exemple de leurs bases CD, HI. Que la ligne L, soit à IF, comme IF à DA.



Les triangles O, R, sont semblables aux triangles P, S (par la precedente.) Les triangles R, S, estant semblables, ils sont en raison doublée de leurs côtez homologues; c'est à dire, que le triangle R est au triangle S, comme son côté AD est à la troisiéme proportionnelle L (par la 66.) Par la même raison le triangle O est au triangle P, comme le même côté AD est à la même troisiéme proportionnelle L. Il y a donc même raison du triangle R au triangle S, que du triangle O au triangle P; & en composant, comme le triangle O est au triangle P, les deux triangles OR, c'est à dire, le quadrilatere ACDE, est aux deux triangles P, S, c'est à dire au quadrilatere FHIK (par la 11.)

La même demonstration se fera des quadrilateres ABCD, FGHI, & enfin (par la même 11) on conclura que les poligones BE, GK, sont entr'eux comme les triangles O, P, lesquels estant en raison doublée de leurs bases CD, HI; les poligones BE, GK, sont aussi en raison doublée des mêmes bases.

De plus les quarrez DT, IV, sont entr'eux comme les trian-

gles O, P, (par la 66.) Donc les poligones BE, GK qui sont entr'eux comme ces triangles, sont entr'eux comme les quarrez.

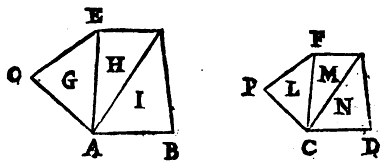
70.

Les parties d'un poligone sont entr'elles, comme les parties d'un autre poligone semblable.

Les poligones BO, DP sont semblables, je dis donc que les triangles G, H, I, du premier sont entr'eux comme sont les triangles du deuxiéme, L, M, N.

Puisque les poligones sont semblables, leurs triangles sont aussi semblables; ainsi les triangles G, L, sont en raison doublée de leurs côtez homologues AE, CF (suivant la 66 :) les triangles H, M, sont aussi en raison doublée des mêmes côtez AE, CF; Donc il y a même raison du triangle G au triangle L, que du triangle H au triangle M; & (par échange) le triangle G est au triangle H, comme le triange L au triangle M. Par la même raison le triangle H, est au triangle I, comme le triangle M au triangle N.

De plus (par égalité) G est à I, comme L à N; & (en composant) comme le triangle G est au quadrilatere HI, le triangle L est au quadrilatere MN.

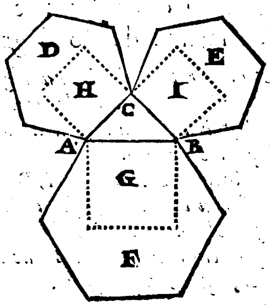


71.

Si on décrit des poligones semblables sur les côtez d'un triangle rectangle le plus grand, *c'est à dire*, celuy qui aura pour base le côté opposé à l'angle droit sera égal aux deux autres.

L'angle C, du triangle ABC est droit, ainsi j'ay à prouver que le poligone F, est égal aux deux poligones D, E, qui luy sont semblables.

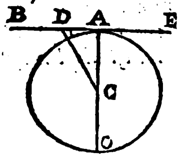
Les poligones semblables D, E, F, sont entr'eux comme les quarrez de leurs bases ou côtez homologues AB, BC, CA, *(par la 69) le plus grand quarré G, est égal aux deux petits H, I (par la 45.) Donc le plus grand poligone F, est égal aux deux petits D, E.*



72.

Une ligne droite touche un cercle & ne le coupe pas, si elle est perpendiculaire à l'extremité du diametre.

La droite A B estant perpendiculaire à l'extremité du diametre A O, il est évident qu'elle touche le cercle, mais qu'elle ne le coupe pas, même estant continuée vers E, c'est ce qu'il faut faire voir; & pour cela qu'on prenne dans cette ligne A B, un point comme on voudra, par exemple, le point D, & qu'on tire au centre la ligne droite C D.



Puisque l'angle B A C est droit, l'angle A D C sera aigu (par la 32) & la ligne C D opposée à l'angle droit, sera plus grande que le rayon A C opposé à l'angle aigu, (par la 33.) Donc le point D a esté pris hors le cercle (suivant la 1.) Or la même demonstration se fera de tous autres points de la touchante B E, si prés qu'on le puisse prendre du point A : Donc la droite B E, n'entre pas dans le cercle. De plus il s'ensuit que

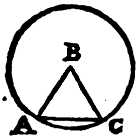
73.

Le cercle n'est touché d'une ligne droite qu'à un seul point, & la perpendiculaire tirée de ce point passe par le centre du cercle.

74.

Le rayon divise la circonference du cercle en six parties égales, chacune de 60 degrez.

Que la ligne AC soit tirée égale au rayon BC, je dis que l'arc AC, sera la sixiéme partie de la circonference du cercle : c'est à dire qu'il sera de 60 degrez, sixiéme partie de 360.



Supposé le rayon AB. *Le triangle ABC est équilateral, & ses trois angles qui pris ensemble valent 180 degrez (suivant la 29) sont chacun de 60 : Donc l'arc AC qui est la mesure de l'angle B, est de 60 degrez.*

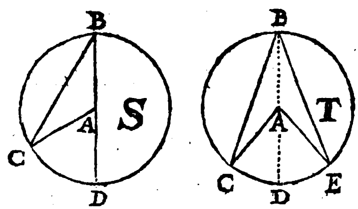
75.

L'angle du centre est double d'un angle de la circonference qui a le même arc pour base.

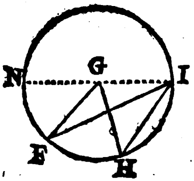
1. *Dans le cercle S, l'angle du centre CAD, & l'angle CBD de la circonference, ont un même arc CD pour base; j'ay donc à prouver que le premier est double du deuxiéme.*

Les droites AB, AC sont égales, ainsi le triangle ABC est isocele, & ces angles B, C, sont égaux (par la 25.) l'angle A est égal aux deux B & C (par la 27.) Donc il est double du seul B.

2. *Dans le cercle T, l'angle CAE est encore double de l'angle CBE, car supposé la ligne BAD traversant le centre A, l'angle CAD est double de CBD, & DAE l'est de l'angle DBE, par le cas precedent.*



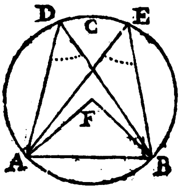
Enfin l'angle du centre FGH est aussi double de l'angle



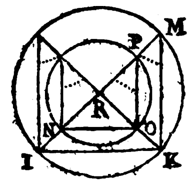
FIH, qui est à la circonference, car supposé la ligne IGN, l'angle NGH sera double de l'angle NIH; & l'angle NGF le sera de l'angle NIF; (par le premier cas) si donc vous ôtez l'angle NGF de l'angle NGH, & l'angle NIF de l'angle NIH: restera l'angle FGH double de l'angle FIH.

76.

Les angles qui sont dans un même segment de cercle, ou dans des segments égaux ou semblables, sont égaux.



Les angles ADB, AEB compris dans le même segment ACB sont chacun moitié de l'angle du centre AFB, (par la precedente.) Donc ils sont égaux (par la 6.) Et la même chose est évidente à l'égard des angles qui sont dans des segments égaux.

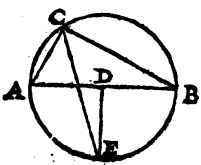


Mais supposé les deux cercles concentriques IKM, NOP; les arcs NO, IK; estans compris dans l'angle commun IRK, le premier est à son cercle, ce que le deuxiéme est au sien: (par la 13.) Ainsi les segments décrits sur les deux cordes IK, NO sont semblables quoy qu'inégaux.

Or, que les angles qui sont dans le grand segment IMK, comme ceux qui sont dans le petit NPO, soient égaux; il est évident (par la 6) puisque chacun de ces angles, est moitié de l'angle R qui est au centre.

77.

L'angle inscrit dans le demicercle est droit.

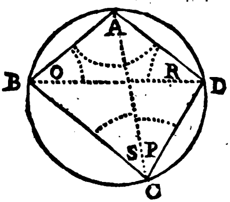


L'angle ACB est dans un demi cercle, je dis donc qu'il est droit & je le prouve. Que la ligne DE soit abaissée perpendiculairement du centre D, les angles au point D seront droits.

L'angle droit ADE est double de l'angle AEC; l'angle droit BDE, est aussi *double de l'angle BCE (par la 75.) Donc les angles ACE, BCE sont chacun demi droit, & l'angle ACB qui en est composé est droit.*

78.

Un quadrilatere inscrit dans un cercle, a ses angles opposez égaux à deux droits.

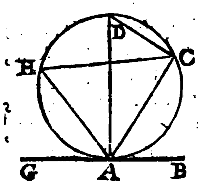


Que les angles opposez BAD, BCD du quadrilatere ABCD soient égaux à deux droits, Voicy comme on le démontre.

Supposé les lignes droites AC, BD; l'angle P est égal à l'angle O; & l'angle S, l'est à l'angle R (par la 76.) L'angle BAD, vaut deux angles droits avec les angles O, R (par la 29.) Donc il vaut deux angles droits avec leurs égaux S, P, ou le seul BCD.

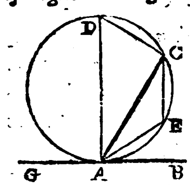
79.

La tangente & la secante font au point de l'attouchement, des angles égaux à ceux des segments alternes.



1. Que la ligne GB, touche le cercle au point A, on prouve que l'angle BAC fait de la touchante AB & de la secante AC, est égal à l'angle du segment alterne AHC. Supposé le diametre AD, il sera perpendiculaire à la touchante AB (suivant la 73.)

L'angle ACD est droit, (par la 77) & l'angle DAC qui avec l'angle D vaut un droit (par la 29,) vaut aussi un droit avec l'angle BAC; puisque AD est perpendiculaire sur AB: Donc l'angle BAC est égal à l'angle D (suivant la 7,) & par consequent à l'angle H qui est égal à l'angle D (par la 76.)



2. Je prouve que l'angle GAC, est aussi égal à l'angle du segment alterne AEC.

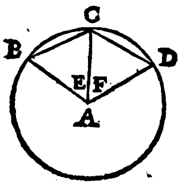
L'angle D avec l'angle E, vaut deux angles droits (par la 78) de même que l'angle BAC avec l'angle CAG (par la 18.) Les angles ADC, BAC, sont égaux, nous venons de le prouver: donc les angles GAC, AEC, le sont aussi.

80.

80.

Les arcs égaux, ont des cordes égales.

Les arcs B C, C D, sont supposez égaux, je dis donc que leurs cordes qui sont les droites B C, C D sont égales. Soit tiré du centre A les rayons A B, A C, A D.

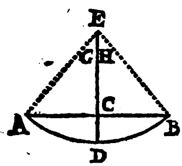


Puis que les arcs B C, C D sont égaux, les angles E, F, faits au centre du cercle sont égaux (par la 14.) Les rayons A B, A C, A D sont aussi égaux; Donc les triangles A B C, A C D ont les côtez égaux (par la 22) & (par la 24.) Les cordes B C, C D, sont égales, ce qui estoit à prouver.

81.

Le rayon qui coupe une corde en deux également, coupe l'arc de même.

Si le point E estant le centre de l'arc A D B, le rayon D E coupe la corde A B en deux parties égales; je dis qu'il coupe aussi l'arc en deux également en D, & je le fais voir.



Supposé les rayons A E, B E, les côtez du triangle A C E, sont égaux aux côtez du triangle B C E; Les triangles A C E, B C E, sont donc semblables (par la 23) & ont les angles G, H, égaux (par la 24.) Donc les arcs A D, B D qui sont leurs mesures sont égaux.

Il s'ensuit aussi que

82.

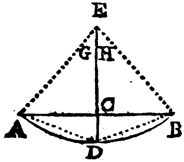
La ligne qui coupe en deux également l'arc & sa corde, est un rayon du cercle.

83.

La perpendiculaire qui coupe une corde en deux également, passe par le centre de l'arc.

Si la perpendiculaire C E coupe la corde A B en deux parties *égales, je ais qu'elle passe par le centre de l'arc A B.* Tirez les droites A D, B D.

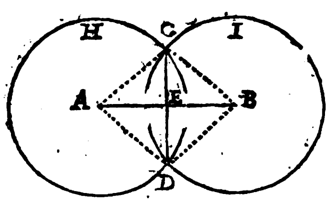
Les lignes A C, C B, estant égales; C D commune; les angles au point C, droits; les triangles A C D, B C D, sont égaux & semblables (par la 22,) ainsi les cordes A D, B D sont égales, & ont leurs arcs égaux (par la 80.) Donc l'arc A D B est coupé en deux parties égales, de même que sa corde A B, & la perpendiculaire D E passe par le centre de l'arc (suivant la 82.)



84.

Si deux cercles égaux se croisent, la ligne droite menée par les points communs de leurs circonferences, coupera en deux également & par des angles droits, la droite menée d'un centre à l'autre.

Que les points A, B, soient les centres des cercles égaux H, I; je prouve que la droite C D, coupe la droite A B en deux parties égales & à angles égaux.



Les triangles A C D, B C D, ont les côtez A C, A D, B C, B D, égaux, & C D commun; donc ils sont semblables (par la 23) & leurs angles A C D, B C D, sont égaux (par la 24.) De plus les rayons A C, C B estant égaux, & la ligne C E commune aux angles égaux A C E, B C E; les triangles A C E, B C E sont aussi égaux en toutes leurs parties (par la 22.) Donc A E, E B sont égales; & les angles en E sont égaux (par la 24) & droits (par la 9 du 1.)

Pour venir à la pratique, il faut d'abord avoir une Regle, un Compas, & un Rapporteur, qui est un demicercle de cuivre ou de corne, divisé en 180 degrez.

Chapitre Troisiéme.

PRATIQUE,
Des Lignes, des Angles, & des Figures.

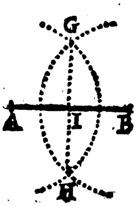
PROPOSITION I.

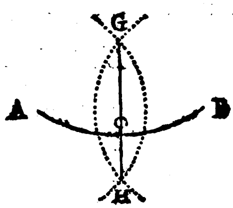
Couper une ligne droite en deux parties égales.

La ligne A B est proposée pour estre coupée.

DEs points A & B comme de deux centres, & d'une même ouverture de compas, décrivez des arcs qui se coupent.

Par leurs coupes G, H, menez une ligne droite, elle coupera la donnée en deux parties égales. (*suivant la* 84 *du* 2.)





PROP. II.

Couper un Arc en deux également.

L'Arc A O B est proposé.

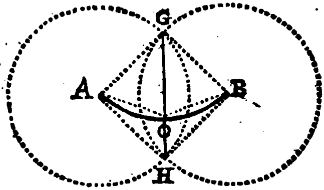
DEs points A & B, & d'une même ouverture de compas, décrivez deux arcs qui se coupent, & par leurs coupes G, H, menez la droite G H, elle coupera l'arc proposé en deux également en O.

Que la droite G H coupe l'arc A B en deux également en O.

je le prouve. Tirez les droites AG, BG, BH, AH; AO, BO.

Les triangles GAH, GBH, ont le côté GH commun, & les côtez AG, BG; AH, BH, égaux; (par la 1. du 2) ainsi ces deux triangles sont semblables (par la 23 du 2;) & (par la 24 du 2) leurs angles au point G sont égaux.

Or les lignes AG, BG, estant égales, les angles AGO, BGO égaux, & la droite GO commune; les triangles AGO, BGO sont aussi égaux & semblables (par la 22 du 2.) Donc les cordes AO, BO, sont égales, & (par la 80 du 2) les arcs AO, BO, sont égaux. Ce qui estoit à prouver.



PROP. III.

Couper un angle rectiligne en deux également.

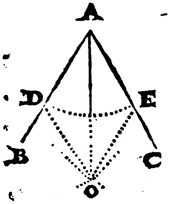
L'Angle BAC est proposé.

DU point A, pris comme centre, décrivez à volonté l'arc DE.

Des points D, E, & d'une même ouverture de compas, décrivez les petits arcs qui se coupent en O.

Menez la ligne AO, elle coupera l'angle en deux également.

Tirez les lignes DO, EO.



Les lignes AD, AE sont égales; DO, EO, le sont aussi (par la 1 du 2.) AO est commune aux deux triangles ADO, AEO; & (par la 23 du 2,) ces triangles sont semblables. (Par la 24 du 2,) leurs angles au point A, opposez aux côtez égaux DO, EO, sont égaux. Donc l'angle proposé est coupé en deux également.

PROP. IV.

D'un point donné dans une ligne droite, élever une perpendiculaire.

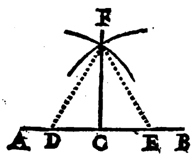
On veut élever au point C, une ligne perpendiculaire sur A B.

POsez une des pointes du compas en C, & de l'autre coupez comme il vous plaira, les parties égales C D, C E.

Des points D, E, faites la section F, je veux dire, de ces points D E, comme de deux centres & d'une même ouverture de compas, décrivez les arcs qui se coupent en F.

Menez C F, elle sera perpendiculaire sur A B.

Tirez D F, E F.



Les lignes C D, C E, sont égales; DF, E F, le sont aussi; C F, est commun; donc (par la 25 du 2,) les triangles C D F, C E F, sont semblables, & ont les angles au point C égaux & droits (par la 9 du 1.) Donc (suivant la 10 du 1.) la ligne C F est perpendiculaire.

PROP. V.

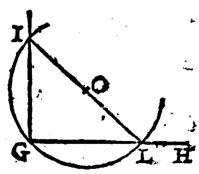
Elever une perpendiculaire à l'extremité d'une ligne.

La ligne droite G H estant proposée, on veut élever une perpendiculaire à son extrémité G.

MArquez à volonté un point O, au dessus de G H,

De ce point, & de l'intervale O G, faites le demi cercle I G L.

Menez L O I, puis la requise G I.



L'angle I G L est décrit dans le demicercle I G L, donc il est droit (par la 27 du 2.)

PROP. VI.

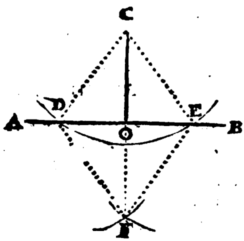
Abaiſſer une perpendiculaire ſur une ligne droite.

On veut abaiſſer du point C, une perpendiculaire ſur la droite A B.

METtez une des pointes du compas au point C, & de l'autre décrivez un arc qui coupe la ligne A B, *par exemple*, en D, E.

De ces points D, E, faites la ſection F.

Menez la requiſe C O, vers le point F.



Suppoſé les lignes C D, C E, D F, E F, O F. Les triangles C D F, C E F ſont équ-angles (par la 23 du 2,) & les angles au point C, ſont égaux (par la 24 du 2.) De plus les triangles O C D, O C E ſont auſſi équiangles eſtant ſemblables (par la 22 du 2;) car les lignes C D, C E, ſont égales; C O, eſt commune, & les angles au point C ſont égaux. Donc (par la 24 du 2) les angles C O D, C O E ſont égaux & droits, & la ligne C O eſt perpendiculaire. (ſuivant la 10 du 1.)

PROP. VII.

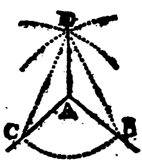
Elever ſur un angle rectiligne, une ligne droite qui faſſe des angles égaux de part & d'autre.

L'angle A eſt propoſé.

DU point A, décrivez comme il vous plaira, l'arc B C.

Des points B, C, faites la ſection D.

Tirez la demandée A D.



Les triangles A C D, A B D ſont équiangles (par la 23 du 2.) Donc les angles C A D, B A D ſont égaux.

PROP. VIII.

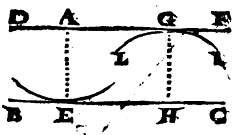
Par un point proposé, mener une ligne parallele à une autre.

On veut mener par le point A, une ligne qui soit parallele à la ligne B C.

DU point A, prenez avec le compas, la distance A E, en décrivant un arc qui rase la ligne BC.

De la même ouverture de compas & d'un autre point comme H pris à volonté dans la ligne B C, décrivez l'arc L I.

Menez la demandée D F, de maniere que passant par le point proposé A, elle touche l'arc I L sans le couper.



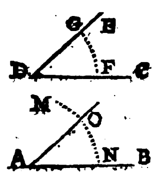
Que la ligne D F soit parallele à la ligne B C, il est évident (par la 1 du 2.)

PROP. IX.

Faire un angle égal à un autre.

On veut faire sur la ligne A B, & au point A, un angle égal à l'angle C D E.

DE l'angle D, décrivez à la premiere ouverture de compas, l'arc F G.



De la même ouverture de compas, & du point A, décrivez aussi l'arc N M.

Coupez l'arc N O égal à l'arc F G.

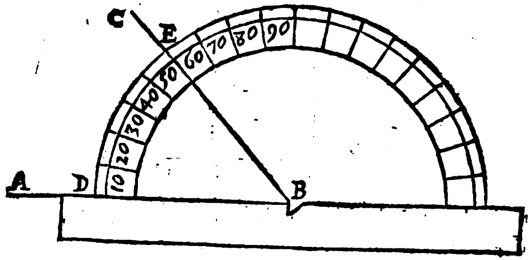
Menez A O, & l'angle B A O sera égal au proposé C D E (*suivant la 14 du 2.*)

PROP. X.

Trouver la valeur d'un angle, par le moyen d'un Rapporteur ou demi cercle.

L'angle ABC est proposé à mesurer.

APpliquez sur AB, la regle du Rapporteur, en sorte que le centre du demicercle se trouve précisément sur la pointede l'angle B, & le nombre des degrez qui se trouveront compris dans l'arc DE, sera la valeur de l'angle ABC.



PROP. XI.

Faire un angle de tel nombre de degrez qu'on voudra, *par exemple*,

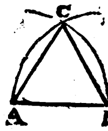
Soit proposé de faire un angle de 50 degrez sur AB, & au point B.

APpliquez le Rapporteur ou demicercle, comme je viens de dire dans la Proposition precedente, & à 50 degrez, à compter du point D, marquez le point E; puis menez BE. qui fera l'angle demandé ABC.

PROP. XII.

Décrire un triangle équilateral sur une base donnée.

On propose pour base la ligne A B.



DEs points A & B, décrivez les arcs A C, B C.

Menez les droites A C, B C, & vous aurez le requis. (*par la 1. du 2.*)

PROP. XIII.

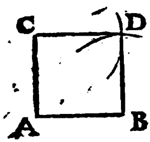
Construire un quarré sur une base donnée.

On propose pour base la ligne A B.

ELevez la perpendiculaire A C (*par la 5,*) & la coupez égale à A B.

Des points B & C, & de l'intervale A B, faites la section D.

Menez les lignes C D, B D, & vous aurez un quarré.



Les quatre côtez ont esté coupez égaux, & ils sont paralleles (par la 39 du 2.) L'angle A est fait droit, & son opposé D l'est aussi (par la 38 du 2.) De même, les angles B, C, sont égaux & droits, les quatre angles A, B, C, D, valant quatre droits (par la 35 du 2.) Donc (suivant la 27 du 1) C B est un quarré parfait.

PROP. XIV.

Inscrire un triangle équilateral dans un cercle.

Le cercle A F est proposé.

DU point A, pris à volonté dans la circonference, & de l'intervale du rayon A B, décrivez l'arc C B D.

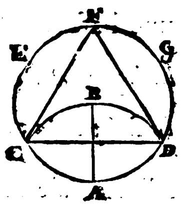
Menez la droite C D, elle sera la base du triangle demandé.

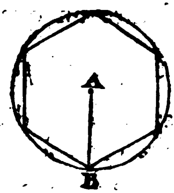
L'arc A C est une sixième partie de la circonference (suivant la 74 du 2.) & le double C A D en est le tiers.

PROP. XV.

Inscrire un Exagone regulier.

PRenez le demi diamettre A B, il divisera la circonference du cercle en six parties égales (*suivant la 74. du 2.*)





PROP. XVI.

Inscrire un Quarré.

TIrez par le centre O, le diametre B D.

Des points B, D, décrivez deux arcs F G, E H, qui se coupent.

Par leurs coupes ou sections, menez la droite A C, qui passera par le centre O en faisant quatre angle droits avec le diamettre B D, (*suivant la 84 du 2.*)

Décrivez le quarré A B C D, il aura les quatre côtez égaux, & les quatre angles droits.

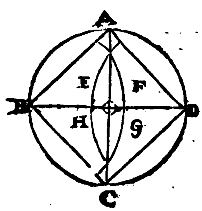
Les arcs A B, B C, C D, D A, sont égaux (suivant la 14 du 2;) ainsi (par la 80 du 2.) le quarré a ses quatre côtez égaux, & ses quatre angles sont droits (par la 77 du 2.)

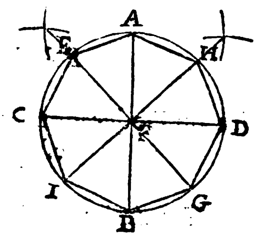
PROP. XVII.

Inſcrire un octogone regulier.

TIrez les diametres AB, CD, coupant le cercle en quatre parties égales (*par la precedente.*) Coupez chaque quart de cercle en deux également (*par la 2,*) & tirez les côtez de l'octogone AEC, &c.

L'égalité des côtez eſt évidente (par la 80 du 2) & celle des angles (par la 76 du même 2.)



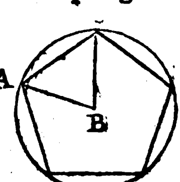


PROP. XVIII.

Inſcrire tel Poligone regulier qu'on voudra, par le moyen du Rapporteur.

On veut inſcrire un Pentagone dans le cercle ABC.

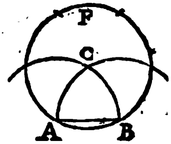
DIviſez le nombre des degrez du cercle entier par le nombre des côtez du poligone, c'eſt à dire, diviſez 360 par 5, & le quotien 72, ſera l'angle du centre ABC que vous ferez (*par la* 11) pour avoir un arc dont la corde AC, ſoit un des côtez du Pentagone demandé.



PROP. XIX.

Construire un Exagone regulier sur une base donnée.

La base A B est donnée.



DEs points A, B, décrivez les arcs B C, A C.

Du point C, faites le cercle A B F, il contiendra six fois A B (*suivant la* 74. *du* 2.)

PROP. XX.

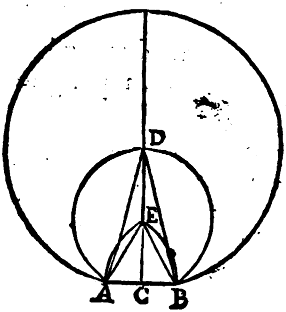
Décrire un Dodecagone regulier dont un des côtez est proposé.

La droite A B est le côté proposé.

DU milieu d'A B, élevez la perpendiculaire C D (*par la* 4.)

Du point B, décrivez l'arc A E, & du point E l'arc A D.

Le point D sera le centre du Dodecagone.



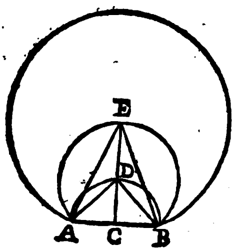
L'angle A D B est moitié de l'angle A E B (par la 75 du 2.) A E B est l'angle du centre d'un Exagone (par la precedente.) Donc l'angle A D B est l'angle du centre d'un Dodecagone ; car l'angle A E B estant de 60 degrez, l'angle A D B est de 30 ; & douze fois 30, font 360, valeur de toute la circonference du cercle.

PROP. XXI.

Sur une base donnée décrire un Octogone.

La base A B est donnée.

COupez A B en deux au point C (*par la* 1.)
Elevez la perpendiculaire C E (*par la* 4.)
Du point C, décrivez le demicercle A D B.
Du point D, décrivez le cercle A E B, & du point E, le cercle demandé qui contiendra huit fois A B.



L'angle A D B est droit (par la 77 du 2) & l'angle A E B est demi-droit (suivant la 75 du 2.) L'angle droit vaut 90 degrez (suivant la 18 du 2;) & le demi droit 45, qui est la valeur de l'angle au centre d'un Octogone, huit fois 45 faisant 360.

PROP. XXII.

Sur une base donnée décrire tel Poligone regulier qu'on voudra.

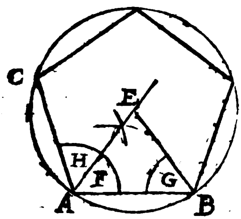
On veut faire un Pentagone regulier sur la base A B.

DIvisez 360, par le nombre des côtez du Poligone à faire, c'est à dire par 5 ; & le quotien 72 sera la valeur de l'angle, au centre d'un Pentagone, (*suivant la* 18.)

Tirez ce nombre 72 de 180, restera 108 pour angle de la figure B A C, que vous ferez par la Pratique 11.

Coupez cet angle B A C en deux, par la ligne A E (*prop.* 3.)

Faites l'angle ABE égal à l'angle BAE (*par la 9'*,) & le point E sera le centre du cercle dans lequel vous ferez le Pentagone demandé.



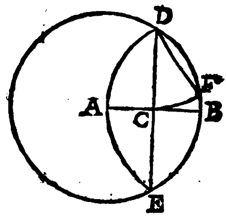
Les angles F, G, sont faits égaux : donc (par la 26 du 2) les lignes AE, BE sont égales; & le cercle décrit du point E, & de l'intervale EA, passe par le point B. Cela connu, je n'ay qu'à faire voir comme l'angle AEB est de 72. degrez.

L'angle G qui est égal à l'angle F, est aussi égal à l'angle H: Les deux angles H, F, ou le seul CAB a esté fait de 108 degrez; ainsi les deux F, G, valent 108 degrez; lesquels soustraits de 180 que valent tous les trois angles du triangle ABE, (par la 29 du 2) reste 72 pour l'angle AEB.

PROP. XXIII.

Inscrire un Eptagone dans un cercle.

Le cercle BDE est proposé.



Menez le rayon AB, & du point B, décrivez l'arc DAE.

Tirez la droite DE, & sa moitié CD ou son égale DF, sera à peu prés la longueur d'un des côtez de l'Eptagone.

Nous voirons cette Proposition & les deux suivantes au Chapitre 8.

PROP. XXIV.

Inscrire un Eneagone.

Menez le rayon AB.

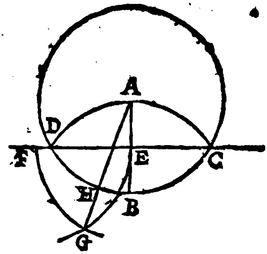
De l'extremité B, & de l'intervale BA, décrivez l'arc DAC.

Tirez la droite C D, & la prolongez vers F.

Coupez E F égale à A B.

Du point E, décrivez l'arc F G, & du point F, l'arc E G.

Menez A G, & l'arc D H, sera à peu prés la neuviéme partie de la circonference du cercle.



PROP. XXV.

Sur une base donnée, décrire un Eneagone regulier.

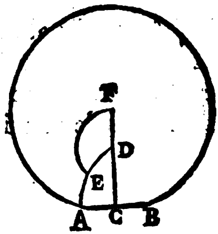
La ligne A B est une base proposée.

COupez A B en deux également au point C.

Elevez la perpendiculaire C F.

Du point B, décrivez l'arc A D.

Coupez l'arc A D en deux parties égales en E.



Du point D, décrivez l'arc E F; & le point F, sera à peu prés le centre de l'Eneagone.

PROP. XXVI.

Décrire un Triangle semblable & égal à un autre.

On veut faire un triangle égal & semblable au triangle A B C.

TIrez D E, égale à la base A B.

Du point D, & de l'intervale A C, décrivez l'arc L M.

Du point E, & de l'intervale BC, décrivez l'arc G H.

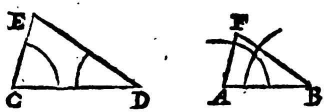
De la section F, menez les lignes D F, E F, & vous aurez le requis (*par la 23 du 2*)

PROP. XXVII.

Décrire sur une base donnée, un triangle semblable à un autre.

On propose à faire sur A B, un triangle semblable au triangle C D E.

Faites l'angle A égal à l'angle C, & l'angle B égal à l'angle D (*par la 9.*) Le troisiéme F sera égal au troisiéme E (*par la 31 du 2,*) & (*par la 55 du 2*) les deux triangles seront semblables.



PROP. XXVIII.

Décrire une figure rectiligne égale & semblable à une autre.

On veut faire une figure comme la proposée O.

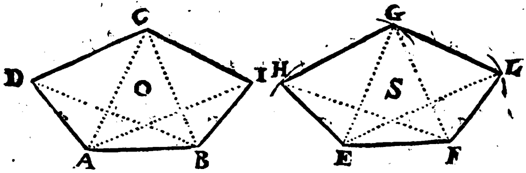
Tirez E F égale à la base A B.

Faites le triangle E F H semblable au triangle A B D (*par la 26.*)

Faites

Faites de même, le triangle EFG, semblable au triangle ABC, & tirez GH.

Enfin, faites le triangle EFL semblable au triangle ABI, & ayant tiré GL, la figure S, sera égale & semblable à la figure O.



Les triangles EFH, EFG, sont faits égaux & semblables aux triangles ABD, ABC; ainsi ôtant des angles égaux DAB, HEF, les égaux BAC, FEG; les angles DAC, HEG, restent égaux; & puisque les côtez AD, AC sont égaux aux côtez EH, EG, les triangles ADC, EHG sont aussi égaux & semblables (par la 22 du 2.)

Par la même raison les triangles ACI, BIC, sont égaux & semblables aux triangles EGL, FLG. Donc les figures O, S sont égales & semblables, (par la 68 du 2.)

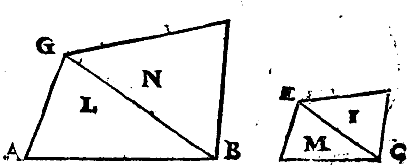
PROP. XXIX.

Décrire sur une base donnée, une figure semblable à une autre.

On veut faire sur AB une figure semblable à la figure MI.

Menez la diagonale CE, & faites sur la base AB, le triangle L semblable au triangle M (*par la 27.*)

Faites aussi sur BG, le triangle N, semblable au triangle I. Et le quadrilatere LN sera semblable au quadrilatere MI (*par la 68 du 2.*)

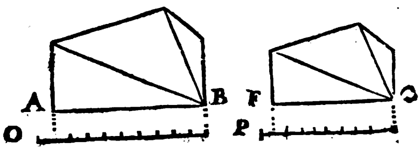


PROP. XXX.

Construire une figure semblable à une autre, par le moyen d'une échelle.

On veut faire avec l'échelle O, une figure semblable à la figure F C, qui a esté mesurée par l'échelle P.

LA base F C contient 9 parties de son échelle P. Prenez aussi 9 parties sur l'échelle O, & les donnez à la base A B, ainsi du reste (*suivant la* 28.)



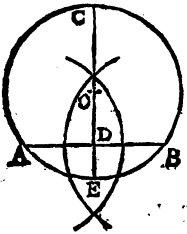
PROP. XXXI.

Trouver le centre d'un cercle.

On propose de trouver le centre du cercle A B C.

TIrez comme il vous plaira la droite A B, & la coupez en deux également par la perpendiculaire C E. (*suivant la* 1.)

Coupez C E aussi en deux parties égales, & le milieu O, sera le centre du cercle.



La perpendiculaire C E passe par le centre du cercle (suivant la 83 du 2,) & le centre ne peut estre ailleurs qu'au point O, milieu de cette ligne.

PROP. XXXII.

Achever un cercle commencé dont on n'a pas le centre.

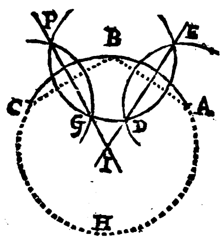
L'arc ABC est le commencement d'un cercle qu'il faut achever.

POsez dans l'arc proposé, trois points comme il vous plaira, par exemple, les points A, B, C.

Des points A & B, & d'une même ouverture de compas, décrivez les arcs qui se coupent en D, E, & menez la droite DE.

Décrivez deux autres arcs des points B & C; & par leurs sections P, G, menez la droite PG.

Du point I où se coupent les droites PG, DE, & de l'intervale IA, achevez le cercle commencé.

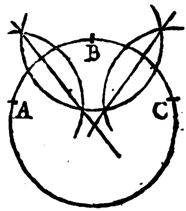


Supposé les droites AB, BC, elles sont coupées chacune en deux également & à angles droits par les droites PI, EI (suivant la 84 du 2;) ces lignes PI, EI passent chacune par le centre de l'arc ABC (par la 83 du 2.) Donc le centre est au point commun I, & l'arc AHC qui en est décrit, fait un cercle parfait avec l'arc ABC.

PROP. XXXIII.

Trouver le milieu de trois points, ou décrire un cercle par trois points qui ne soient pas dans une ligne droite.

Les points A, B, C, sont proposez, par lesquels une ligne droite ne peut estre menée.

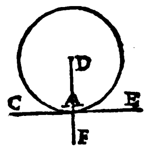


CHerchez le centre de ces points par la precedente.

PROP. XXXIV.

Mener une ligne droite qui touche un cercle par un point donné.

On propose de tirer par le point A, une ligne qui touche le cercle sans le couper.



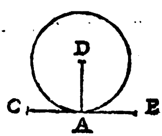
DU centre du cercle, menez D F par le point A.

Elevez la perpendiculaire A E, sur D F, elle sera la touchante demandée, (*suivant la 72 du 2*)

PROP. XXXV.

Trouver le point où un cercle est touché d'une ligne droite.

On cherche le point où la droite C E, touche le cercle qui est dessus.



DU centre du cercle D, abaissez sur C E, la perpendiculaire D A (*par la 6;*) & le point A sera le demandé. (*Voyez la 73. du 2.*)

PROP. XXXVI.

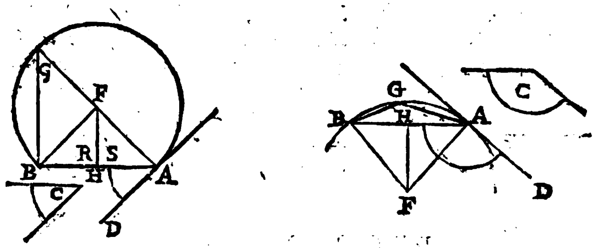
Décrire sur une ligne droite, un segment de cercle capable d'un angle égal à un angle donné.

On veut décrire sur la droite, A B, un segment de cercle qui puisse comprendre un angle égal à l'angle C.

Faites l'angle B A D égal à l'angle C. (*prop. 9.*) Elevez sur A D, la perpendiculaire A G. (*prop. 4, ou 5.*)

Coupez A B en deux, & du milieu H, élevez la perpendiculaire H F.

Du point F, décrivez l'arc A G B, & menez B G. Je dis que l'angle G, compris dans le segment A B G est égal au donné C. *Tirez B F.*



Premierement, les triangles H B F, H A F, ont le côté F H commun; les bases B H, H A, égales & les angles d'entre deux égaux puisqu'ils sont droits: donc (par la 22 du 2) F A, F B, sont égales; le cercle décrit du point F, & de l'intervalle F A passe par le point B, & le segment A G B est décrit sur A B.

2. La ligne A D touche le cercle au point A (par la 73 du 2;) & (suivant la 79 du 2) l'angle G est égal à l'angle B A D, & par consequent à l'angle C.

PROP. XXXVII.

Décrire sur une ligne, un Poligone regulier dont l'angle du centre est donné.

L'angle C, est l'angle du centre d'un Pentagone qu'on veut faire sur la ligne A B.

FAites l'angle A B D, égal au donné C (*prop.* 9.)

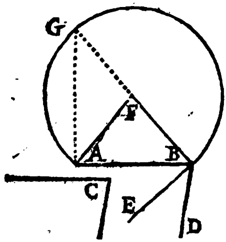
Coupez cet angle en deux par la ligne B E (*prop.* 3.)

Elevez sur B E, la perpendiculaire B F (*prop.* 5.)

Faites l'angle A égal à l'angle B.

Du Point F, décrivez le cercle A B G, il contiendra cinq fois la ligne A B.

Pour le prouver je n'ay qu'à faire voir que l'angle du centre A F B est égal au proposé C.



Supposé l'angle G, il est moitié de l'angle F, (par la 75 du 2.) L'angle A B E est aussi moitié de l'angle A B D par la construction; ces angles G, & A B E sont égaux (par la 79. du 2.) Donc l'angle F, est égal à l'angle A B D, & par consequent à l'angle C, auquel A B D est fait égal.

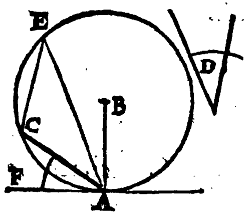
PROP. XXXVIII.

Couper d'un cercle, un segment capable d'un angle égal à un angle donné.

On veut couper du cercle E, un segment capable d'un angle égal à l'angle D.

TIrez le rayon A B, & la perpendiculaire A F.

Faites l'angle F A C égal à l'angle D, & le segment A E C sera le demandé.



Ayant pris un point à volonté dans l'arc A E C, par exemple le point E, si vous faites l'angle A E C, il sera égal à l'angle C A F, (suivant la 79 du 2) & par consequent au donné D.

PROP. XXXIX.

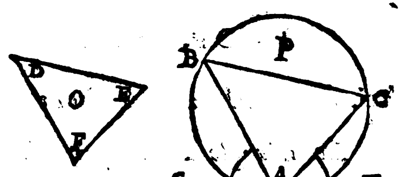
Inscrire dans un cercle, un triangle semblable à un autre.

On propose d'inscrire dans le cercle P, un triangle semblable au triangle O.

PAr un point comme A, menez la touchante G H (*prop.* 34.)

Faites l'angle G A B égal à l'angle E, & l'angle H A C égal à l'angle D.

Tirez la droite B C, & le triangle A B C sera semblable au triangle O.



L'angle C est égal à l'angle B A G ou E; l'angle B l'est à l'angle C A H ou D, (par la 79 du 2.) Et l'angle A l'est à l'angle F (par la 31 du 2.) Donc le triangle inscrit est semblable au proposé O (par la 55 du 2.)

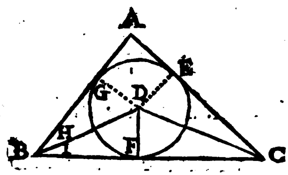
PROP. XL.

Inscrire un cercle dans un triangle.

Le triangle ABC est proposé.

COupez les angles ABC, ACB chacun en deux également tirant les lignes BD, CD, (*prop.* 3.)

De la section D, abaissez la perpendiculaire DF (*prop.* 6.) elle sera le rayon du cercle. *Tirez DG, perpendiculaire sur AB, & DE perpendiculaire sur AC.*



Dans les triangles BDG, BDF, les angles G, F, sont égaux puisqu'ils sont droits; les angles H, I sont aussi égaux, l'angle GBF estant coupé en deux également; le côté BD est commun: Donc (par la 34 du 2.) ces triangles sont égaux en toutes leurs parties, & DG est égal à DF (par la 24 du 2.)

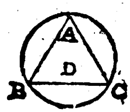
Par la même raison DE est égal à DF: Donc le cercle décrit du point D, & de l'intervale DF, passe par les points G, E, & touche les trois côtez du triangle sans les couper (par la 72 du 2.)

PROP. XLI.

Décrire un cercle autour d'un triangle.

Le triangle D est proposé.

CHerchez le centre des trois points A, B, C. (*prop.* 33.)



PROP. XLII.

Décrire autour d'un cercle, un triangle semblable à un triangle donné.

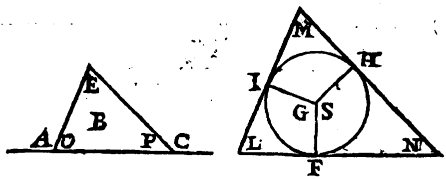
On propose de faire autour du cercle F I H, un triangle semblable au triangle B.

Continuez la base A C de part & d'autre.

Menez le rayon G F, & faites l'angle S égal à l'angle C.

Faites aussi l'angle G égal à l'angle A.

Menez par les points F, I, H, les tangentes L M, M N, L N, (*prop. 34.*) elles feront le triangle demandé.



Les angles du quadrilatere F S H N sont égaux à quatre droits (par la 35 du 2) les angles S F N, S H N, sont faits droits; donc les opposez S, N, pris ensemble valent deux droits.

Les angles P, C, sont aussi égaux à deux droits (par la 18 du 2) & l'angle S est fait égal à l'angle C. Donc l'angle N est égal à l'angle P.

Par la même raison, l'angle L est égal à l'angle O; & l'angle M l'est à l'angle E, (par la 31 du 2.) Donc (par la 55 du 2) le triangle L M N est semblable au triangle B.

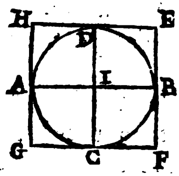
PROP. XLIII.

Autour d'un cercle circonscrire un quarré.

Le cercle A B C est proposé.

Tirez les diametres A B, C D, se coupant à angles droits.

Par les points A, B, C, D, menez HE, GF, EF, GH, paralleles aux diametres AB, CD, (*prop.* 8,) & vous aurez le quarré demandé ayant ses côtez égaux, ses angles droits, & touchant de ses quatre côtez, le cercle donné sans le couper en aucun endroit.



Les côtez EH, GF, sont égaux au diametre AB; EF, GH, le sont au diametre CD, (par la 38 du 2,) les diametres sont égaux: donc les quatre côtez du quarré sont égaux.

Les angles au centre I sont droits, & leurs opposez E, F, G, H, le sont aussi (par la 38 du 2.)

L'angle HDI est droit comme son alterne I (par la 20 du 2.) Donc EH touche le cercle sans le couper (suivant la 72 du 2.) La même demonstration se fera des autres côtez.

PROP. XLIV.

Autour d'un cercle circonscrire un Poligone regulier.

On propose de faire un Pentagone regulier autour du cercle ABD.

DEcrivez dans le cercle un Pentagone ACD, (*prop.* 18.)

Coupez AB en deux tirant le rayon FH.

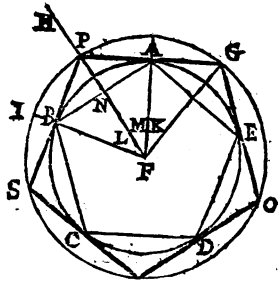
Menez AP perpendiculaire sur AF (*prop.* 5.)

Décrivez le cercle POS, & continuez PA jusqu'en G.

La droite PG sera un des côtez du Pentagone demandé.

Les triangles NAF, NBF, ont leurs côtez égaux, ainsi ils sont semblables (par la 23 du 2,) & leurs angles L, M, sont égaux (par la 24 du 2.)

Dans les triangles AFP, AFG, les angles au point A sont droits, le côté AF est commun, & les côtez FP, FG,



ſont coupez égaux ; Donc A P, A G, le ſont auſſi (par la 22 du 2.) & l'angle K eſt égal à l'angle M, & par conſequent à l'angle L.

Les trois angles au centre F eſtant égaux, l'angle P F G composé de deux eſt égal à l'angle B F A auſſi composé de deux ; & l'arc P G eſt la cinquiéme partie de ſon cercle, comme l'arc A B eſt la cinquiéme partie du ſien (par la 13 du 2. ;) le reſte eſt évident.

PROP. XLV.

Diviſer une ligne droite en tant de parties égales qu'on voudra.

On veut diviſer la ligne A B en trois parties égales.

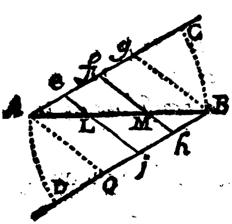
DU point A, décrivez l'arc B C, de telle grandeur qu'il vous plaira.

Du point B, décrivez auſſi l'arc A D, & le coupez égal à l'arc B C.

Du point A, & de la premiere ouverture de compas, portez ſur A C, trois parties égales A e f g.

De la même ouverture de compas & du point B, portez auſſi ſur B D les trois parties B h j o.

Menez les lignes f h, e j, elles diviſeront A B comme il eſt demandé.



Nous avons fait les angles alternes C A B, D B A, égaux, ainſi (par la 21 du 2.) les lignes A C, B D ſont paralleles ; A e, O j, ſont donc égales & paralleles, & A O, e j, qui les conjoignent ſont auſſi paralleles (ſuivant la 36 du 2.) La même demonſtration ſe fera des lignes e j, f h, g B.

Les lignes Bg, Mf, Le, estant paralleles, AB est divisée comme Ag, (suivant la 51 du 2,) les parties d'Ag, sont coupées égales. Donc les parties d'AB, le sont aussi.

PROP. XLVI.

Autre maniere de diviser une ligne.

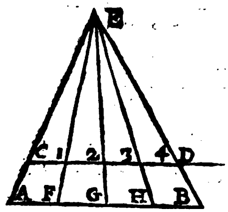
On veut diviser AB en quatre parties égales.

MEnez la ligne CD parallele à AB.

Du point C, & à la premiere ouverture de compas, portez sur CD, quatre parties égales 1, 2, 3, 4.

Tirez AC, BD, & les continuez jusqu'à leur rencontre en E.

Menez du point E, des lignes par les divisions 1, 2, 3, elles diviseront AB, en quatre parties égales.



Les lignes CD, AB, estant paralleles, les triangles CDE, ABE, sont semblables, (par la 57 du 2) & sont divisez l'un comme l'autre par des triangles semblables (suivant la même 57) les bases des triangles sur CD, sont coupées égales: Donc (suivant la 70 du 2) les bases des triangles sur AB sont aussi égales: Donc AB est divisée comme CD en quatre parties égales.

PROP. XLVII.

Faire diverses Echelles semblables sur des longueurs inégales.

On veut faire trois Echelles chacune de soixante parties égales, la premiere de la longueur D, la deuxiéme de la longueur E, & la troisiéme de la longueur G.

TIrez une ligne AO de telle longueur qu'il vous plaira.

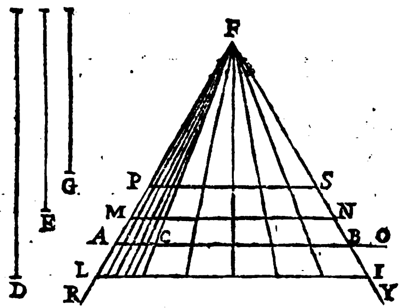
Portez sur cette ligne AO, & à la premiere ouverture de compas, dix petites parties égales AC.

Portez AC, six fois sur la même ligne AO, & sur ces six parties AB, faites le triangle équilateral ABF (*prop.* 12.)

Prolongez FA vers R, & FB, vers Y.

Menez du point F, des lignes par toutes les divisions d'AB.

Enfin, coupez FL, FI, égales à D; FM, FN, égales à E; FP, FS égales à G; & les lignes LI, MN, PS seront les échelles demandées.



Le triangle ABF est fait équilateral, & le triangle LIF, luy est semblable (par la 58 du 2.) Donc comme AB est égal à AF, aussi LI est égale à LF ou D: & cette ligne LI est divisée comme AB, (suivant la precedente) ainsi des autres.

PROP. XLVIII.

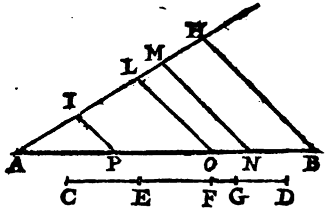
Diviser une ligne en plusieurs parties qui soient entr'elles, comme les parties d'une autre ligne, *par exemple*,

On veut diviser AB en quatre parties qui soient entr'elles comme les quatre parties de la ligne CD.

MEnez comme vous voudrez la ligne AH, faisant un angle avec AB.

Coupez les parties A I L M H, égales aux parties C E F G D.

Tirez B H, ses paralleles M N, L O, I P, & A B sera divisée comme A H ou C D son égale (*suivant la 51 du 2.*)



PROP. XLIX.

A deux lignes données, trouver une troisiéme proportionnelle.

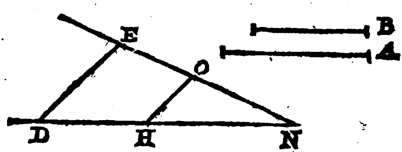
On demande une ligne qui soit à la ligne B, comme la ligne B, est à la ligne A.

Faites comme il vous plaira, l'angle D N E.

Coupez N H égale à la ligne A, & N O égale à la ligne B.

Coupez encore D H égale à N O, & menez D E parallele à H O.

La ligne E O sera la troisiéme demandée.



Les lignes D E, H O estant paralleles, il y a même raison d'N H à D H, ou d'A à B leurs égales; que d'N O ou B son égale à O E. (par la 51 du 2.)

PROP. L.

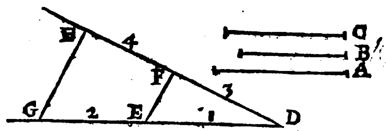
A trois lignes données trouver une quatriéme proportionnelle.

On propose les lignes A, B, C, ausquelles il faut trouver une quatriéme proportionnelle.

FAites à volonté l'angle G D H.

Coupez D E égale à A, E G égale à B, & D F égale à C.

Menez G H, parallele à E F, & F H sera la demandée.



Il y a même raison de D E ou A son égale, à E G ou B son égale, que de D F ou son égale C à F H. (suivant la 51 du 2.)

PROP. LI.

Trouver une moyenne proportionnelle.

On veut avoir une moyenne proportionnelle entre les lignes A & B.

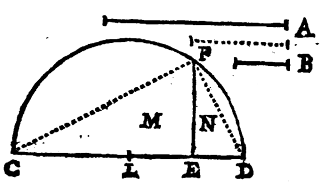
TIrez une ligne droite C D.

Coupez C E, E D, égales aux donnée A & B.

Divisez C D en deux également en L.

De ce point L, décrivez le demicercle C F D.

La perpendiculaire E F sera la moyenne demandée. *Tirez C F, D F.*



L'angle C F D est droit (par la 77 du 2;) & (par la 56 du 2) les triangles M, N, sont équiangles; ainsi, dans le premier triangle, le moyen côté C E est au petit E F, comme dans le second trian-

gle, le moyen côté E F est au petit E D (par la 53 du 2.) la ligne E F est donc moyenne proportionnelle entre les extrêmes C E, E D ou leurs égales A, B.

PROP. LII.

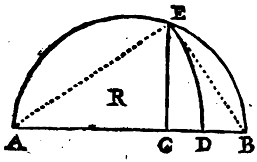
Autre maniere de trouver une moyenne proportionnelle.

On demande une ligne moyenne entre les extrêmes A B, A C.

DEcrivez le demicercle A E B.

Elevez la perpendiculaire C E.

La ligne A E ou son égale A D sera moyenne proportionnelle entre les proposées A B, A C.



Le triangle A B E est rectangle (par la 77 du 2.) Et le triangle A C E, luy est semblable (par la 56 du 2.) A C est donc à A E, dans le triangle R, comme A E à A B dans le triangle A E B (par la 53 du 2;) ainsi, comme A C à A E, A E ou son égale A D à A B.

PROP. LIII.

D'une ligne donnée, couper une partie qui soit moyenne proportionnelle entre le reste & une autre ligne..

On veut couper de la ligne A C, une partie C I, qui soit moyenne entre le reste A I, & la ligne C B.

DEcrivez sur la droite A C B le demicercle A D B.

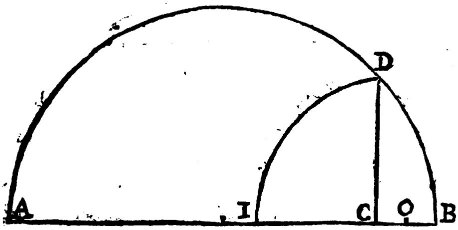
Elevez la perpendiculaire C D.

Coupez B C en deux au point O.

De ce point O, décrivez l'arc D I.

La ligne C I sera moyenne proportionnelle entre A I & C B.

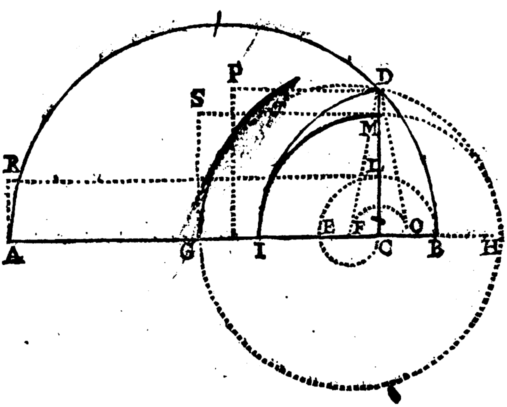
Coupez



Coupez CF, CE, égales à CO, CB; CH à CI; & FG à FH; puis faites les rectangles ACLR, GCMS, & le quarré CP.

La ligne FH, est égale à OI, & OI est coupée égale à OD, ainsi FH est aussi égale à FD; & le cercle décrit du centre F, & de l'interva le FH, passe par le point D.

La ligne CD est moyenne proportionnelle entre AC & CB, de même qu'entre GC & CH, (par la 51) ainsi le quarré CP, est égal au rectangle CS compris sous les extrémes GC, CH; de même qu'au rectangle CR compris sous les extrémes AC, CB (par la 64 du 2.) Donc (par la 3 du 2) les rectangles CS, CR sont égaux: & AC est à CM ou son égale CI, comme CG à CL ou CE son égale (par la 63 du 2.) De plus AI est à IC, comme GE à EC ou son égale CB (par la 12 du 2.) Or GE est égale à IC, car IC, l'est à CH, comme CH l'est à EG; Donc comme AI à IC, IG à CB.



PROP. LIV.

Trouver deux lignes moyennes entre deux autres proposées, tellement que les quatre soient en proportion continuée.

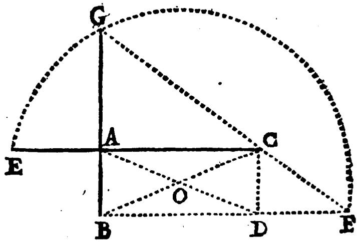
On veut trouver deux moyennes proportionnelles entre les lignes A C, A B.

FAites le rectangle A B C D, & continuez A C vers E, A B vers G, & B D vers F.

Tirez les diagonales A D, B C.

Du point O décrivez le demicercle E G F, de maniere qu'une ligne droite menée par les sections G, F, touche l'angle C.

Les lignes A G, A E, seront les moyennes demandées.



Tirez les lignes O E, O F, E G, B E.

Les triangles rectangles A B D, B D C ont les côtez A B, C D égaux & une même base B D; donc ils sont semblables (par la 22 du 2;) & l'angle O B D est égal à l'angle O D B (par la 24 du 2.) Donc (par la 26 du 2) le triangle B D O, est isocele & ses côtez B O, D O sont égaux.

Par la même raison les triangles A B C, A B D sont encore semblables; leurs angles A B C, B A D sont égaux; le triangle A B O, est isocele; & B O est égale à A O de même qu'à D O.

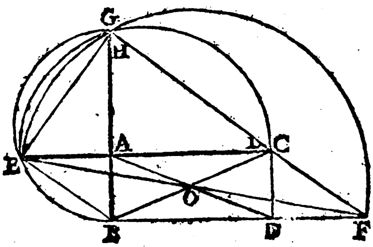
Les lignes A O, D O *sont donc égales;* O E, O F, *le sont aussi étant des rayons du cercle* E G F; *& la diagonale* A D *tombant sur les paralleles* E C, B F, *fait les angles alternes* E A O, O D F *égaux* (*par la* 20 *du* 2.) *Donc* (*par la* 22 *du* 2) *les triangles* O A E, O D F *sont égaux & semblables, & leurs angles au point* O, *estant égaux*, O E, O F (*par la* 19 *du* 2) *ne font qu'une ligne droite qui est le diametre du demicercle* E G F.

L'angle E G F *est droit* (*par la* 77 *du* 2;) *& si vous décrivez un demicercle sur* C E, *il passera par le point* G; *Donc les triangles* A C G, A G E *sont équiangles* (*suivant la* 56 *du* 2,) *&* (*par la* 51) *la perpendiculaire* A G *est moyenne proportionnelle entre les lignes* A C, A E.

Les lignes D C, D F *qui sont paralleles aux lignes* A G, A C *font les angles* D C F, D F C *égaux aux angles* A G C, A C G (*par la* 15 *du* 2;) *ainsi le triangle* D C F *est semblable au triangle* A C G (*par la* 31 *du* 2.)

Les triangles O A E, O D F *sont prouvez égaux & semblables; donc* A E, D F, *sont égales;* A B, D C, *le sont aussi* (*par la* 38 *du* 2; (*& les angles* E A B, C D F, *estant droits, le triangle* E A B *est semblable au triangle* C D F (*par la* 22 *du* 2) *& par consequent aux triangles* G A C, E A G, *ceux-cy ayant esté prouvez semblables au triangle* C D F.

L'angle B E G *est donc droit, car il est composé des angles* B E A, A E G *égaux aux angles* E G A, A G C *qui font l'angle droit* E G C. *Donc la ligne* A E *est moyenne entre* A B, *&* A G; *de même qu'*A G *l'est entre* A E, *&* A C, (*par la* 51.) *Donc comme* A B, *à* A E; A E, *à* A G; *&* A G, *à* A C.



PROP. LV.

Décrire une Ovale ſur une longueur donnée.

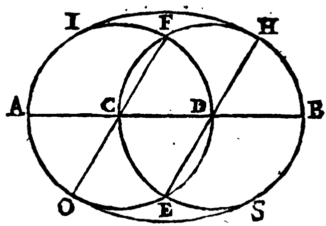
La ligne A B eſt la longueur d'une Ovale à faire.

DIviſez A B en trois parties égales A C D B.

Des points C, D, décrivez les cercles A I D, C H B.

Menez les droites F C O, E D H.

Du point E, décrivez l'arc H I, & l'arc O S du point F.



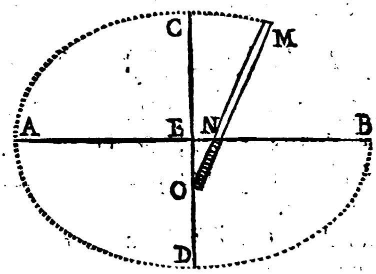
PROP. LVI.

Décrire une Ovale ſur une longueur & une largeur donnée.

On veut faire une Ovale qui ait pour diametres les lignes A B, C D qui ſe coupent également l'une l'autre & à angles égaux.

AYez une Regle M O égale au grand rayon A E, ſur laquelle marquez la longueur M N, égale au petit rayon C E.

Conduiſez cette regle ſur les diametres A B, C D, tellement que le point N coulant ſur A B, l'extremité O, n'abandonne point CD, & l'extremité M, décrira l'ovale demandée.



PROP. LVII.

Trouver le grand & le petit diametre d'une Ovale.

L'Ovale AB, CD est proposée.

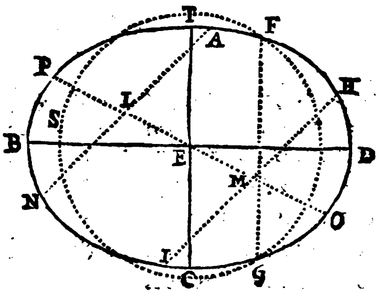
MEnez comme il vous plaira les deux paralleles NA, IH.

Coupez ces paralleles chacune en deux, & par leurs coupes L, M, tirez la droite PO.

Divisez aussi la droite PO, en deux au point E.

Du point E, décrivez à volonté, le cercle SGF, coupant la circonference de l'ovale en quatre points.

Menez FG, & sa parallele TEC, qui sera le petit diametre, puis tirez le grand diametre BED, coupant le petit par des angles droits.



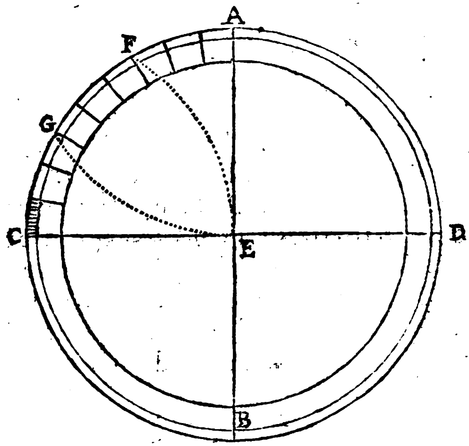
PROP. LVIII.

Diviser la circonference d'un Cercle en 360 degrez.

Le Cercle A est proposé.

MEnez les diametres AB, CD se coupant à angles droits en E, & la circonference se trouvera divisée en quatre parties égales, valant chacune 90 degrez.

Des points A & C, décrivez les arcs EG, EF, qui diviseront le quart de cercle AC, en trois parties chacune de 30. degrez.



Le quart de cercle AC estant de 90 degrez, & les arcs AG, CF, chacun de 60 (suivant la 74 du 2;) il s'ensuit que les supplements CG, AF, sont chacun de 30; Or deux fois 30, soustraits de 90, reste aussi 30 pour l'arc GF.

Divisez ces trois arcs égaux CGFA, chacun en trois, puis chaque partie en dix, & ainsi des trois autres quarts de circonference.

PROP. LIX.

Diviser le contour d'un plan en plusieurs parties égales.

On propose de diviser le contour du plan H, en huit parties égales.

PRolongez la base A B de part & d'autre.

Prolongez aussi A F vers N, B C vers L, & C D vers M.

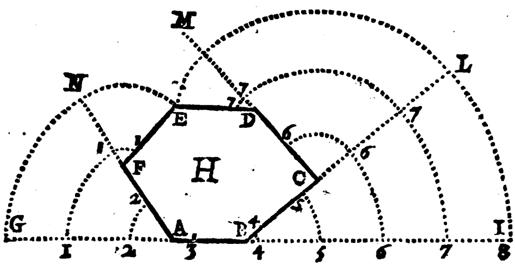
Coupez F N égale à F E, & A G égale à A N.

Coupez de même D M, égale à D E; C L égale à C M; B I égale à B L; & la ligne G I sera égale au contour du plan.

Divisez G I en huit parties égales, 1, 2, 3, &c.

Du point A, décrivez les arcs 1 1, 2 2, paralleles à l'arc G N, & du point F, l'arc 1 1 parallele à l'arc N E, ainsi du reste.

Les points 1, 2, 3, &c. qui se trouveront dans les côtez du plan, feront la division demandée.



PROP. LX.

Trouver une ligne droite égale à une courbe.

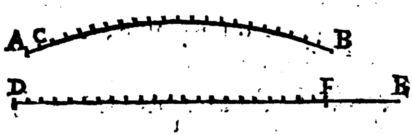
On veut avoir une ligne droite égale à la courbe AB.

TIrez la ligne droite & indéterminée DE.

Prenez de la proposée AB, une partie AC, si petite que la courbure de la ligne y soit imperceptible.

Portez cette petite partie sur AB, autant de fois qu'elle y pourra estre comprise, par exemple 22. fois.

Portez autant de ces petites parties sur DE, lesquelles se terminant en F, vous aurez la droite DF, assez précisément égale à la courbe AB.

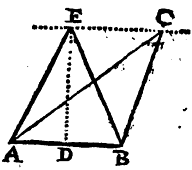


CHAPITRE QUATRIE'ME.

Reduction ou Transfiguration des Plans.

PROPOSITION I.

D'un triangle ſcalene A B C, faire un triangle iſocele, ou ce qui eſt même choſe, décrire un triangle iſocele égal au ſcalene propoſé.



COupez la baſe A B en deux également en D.

Elevez la perpendiculaire D E.

Menez C E, parallele à la baſe A B.

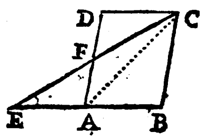
Tirez E A, E B, vous aurez le triangle iſocelle A B E pour le propoſé A B C. *ſuivant la 42 du 2.*)

PROP. II.

Réduire en triangle, le parallelogramme B D.

COntinuez A B, & coupez A E égale à A B.

Menez C E, & le parallelogramme ſera réduit en triangle, ou pour mieux dire le triangle B C E ſera fait égal au parallelogramme B D.



Le parallelogramme B D eſt coupé en deux triangles égaux par la diagonale A C (ſuivant la 37 du 2,) le triangle A E C eſt égal au triangle A B C (par la 43 du 2;) Donc il eſt auſſi égal au triangle A C D: & ôtant le commun A C F, reſte le triangle A E F égal au retranché C D F. Donc le triangle B C E eſt égal au parallelogramme B D.

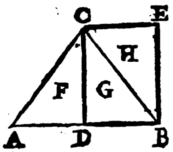
PROP. III.

Réduire le triangle ABC en parallelogramme.

COupez la base AB en deux également en D.
Menez CD, & sa parallele BE.

Tirez encore CE parallele à AB.

Le parallelogramme DE, sera égal au triangle ABC.



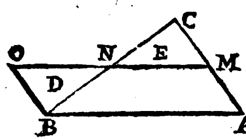
Le triangle G est égal au triangle F (par la 43 du 2;) il est aussi égal au triangle H (par la 37 du 2.) Donc les triangles F, H, sont égaux (par la 3 du 2,) & mettant le triangle H pour son égal F, le parallelogramme DE est égal au triangle ABC.

PROP. IV.

Faire un parallelogramme du triangle ABC, sans changer l'angle A.

COupez AC en deux également en M.
Tirez MO parallele à AB & BO parallele à AC.

Le parallelogramme AO sera égal au triangle ABC.

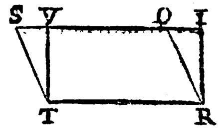


Les lignes AM, MC, sont coupées égales: BO est égale à AM (par la 38 du 2:) donc BO, MC, sont aussi égales, & estant paralleles, le triangle D est égal au triangle E (par la 59 du 2.) Donc le parallelogramme AO est égal au triangle ABC.

PROP. V.

Faire un rectangle du parallelogramme S T R O.

ELevez T V perpendiculaire sur T R.



Coupez V I égale à T R, & le rectangle I V T R sera égal au parallelogramme O S T R (*par la 40 du 2.*)

PROP. VI.

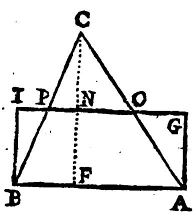
Décrire un Rectangle égal au triangle A B C.

ABaissez la perpendiculaire C F, & la coupez en deux au point N.

Menez par le point N, la ligne G I parallele à A B.

Coupez N G égale à F A, & N I égale à F B.

Menez B I, A G, & A B I G sera le rectangle demandé égal au triangle donné.



La ligne N G est coupée égale à sa parallele F A; & (par la 36 du 2) A G est égale & parallele à N F comme aussi à son égale N C. Donc (par la 59 du 2) le triangle A G O, est égal au triangle C N O. Par la même raison, le triangle B I P est égal au triangle C P N.

Les lignes I G, A B estant égales & paralleles, B I, A G sont aussi paralleles (par la 36 du 2) & e parallelogramme A B I G est rectangle, car les angles au point F estant droits, leurs opposez I, G sont droits, & les opposez à ceux-cy, G A B, A B I le sont aussi (par la 38 du 2.)

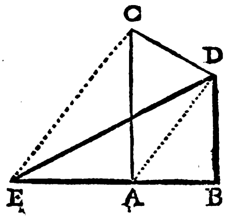
PROP. VII.

Réduire en triangle, le quadrilatere A B C D.

PRolongez la base A B vers E.

Menez A D, sa parallele C E & la ligne D E.

Le quadrilatere sera reduit en triangle B D E.



Les triangles A D C, A D E ont une même base A D, & sont entre les mêmes paralleles A D, C E; donc ils sont égaux (par la 42 du 2) & leur ajoûtant le triangle commun A B D, le triangle B D E est égal au quadrilatere A B C D (suivant la 4 du 2.)

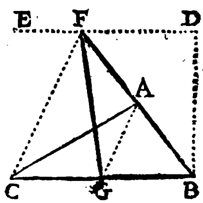
PROP. VIII.

Donner au triangle A B C, la hauteur B D.

MEnez D E parallele à la base B C.

Continuez un des côtez comme A B, jusqu'en F.

Tirez C F, sa parallele A G, & la ligne F G.



Si vous mettez le triangle A G F, pour A G C qui luy est égal (*par la* 42 *du* 2,) le triangle B G F sera égal au donné A B C, & de la hauteur proposée B D.

PROP. IX.

Abaisser le triangle A B C à la hauteur A D.

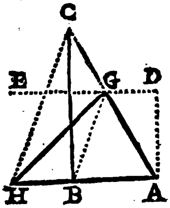
MEnez D E, parallele à A B.

De l'une des sections comme G, tirez B G.

Continuez la base A B vers H.

Menez C H parallele à B G.

Tirez G H, & mettez le triangle B G H pour son égal B G C.



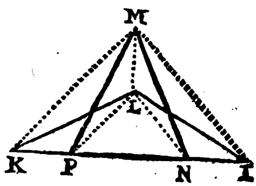
PROP. X.

Hausser le triangle I K L, jusqu'au point M.

MEnez les lignes L M, M K, M I.

Tirez L P parallele à K M, puis menez P M.

Conduisez aussi L N parallele à M I, & menez M N.



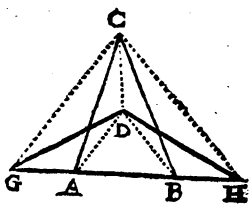
Si vous donnez le triangle P L M, pour son égal P L K, & N L M pour son égal N L I; le triangle M N P, sera égal au proposé I K L.

PROP. XI.

A B C est un autre triangle qu'on veut abaisser au point D.

MEnez D A, D B, D C, & continuez la base A B de part & d'autre.

Menez C H parallele à D B, & C G parallele à D A.



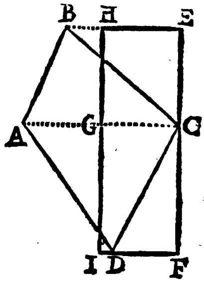
Tirez D H, D G & le triangle B D H estant mis pour son égal B D C, & A D G pour son égal A D C, le triangle D G H sera égal au proposé A B C.

PROP. XII.

Réduire le quadrilatere ABCD en parallogramme rectangle.

TIrez AC, & ses paralleles BE, DF.

Coupez AC en deux également en G, par la perpendiculaire HI (*prop.* 1. *du* 3.)



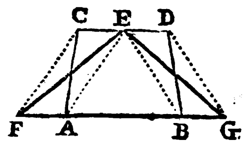
Menez par le point C, EF paralleles à IH, & le rectangle EFIH, sera égal au quadrilatere proposé.

Le rectangle GE, est égal au triangle ACB, & le rectangle GF, l'est au triangle ACD (par la 3.)

PROP. XIII.

Réduire le trapeze ABCD à un triangle qui ait son angle superieur en E.

COntinuez la base AB de part & d'autre.



Menez DG parallele à EB, & CF parallele à AE.

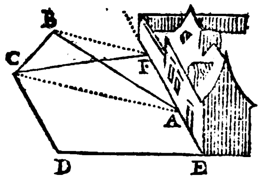
Tirez EF, EG, & les triangles AEF, BEG estant mis pour leurs égaux AEC, BED, le triangle EFG sera égal au trapeze proposé.

PROP. XIV.

Faire du Pentagone ABCDE un quadrilatere CDEF.

MEnez AC, sa parallele BF, & la ligne CF.

Mettez le triangle A C F pour son égal A C B & le quadrilatere D E F C sera égal au pentagone A B C D E.



PROP. XV.

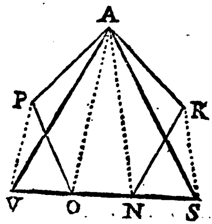
Réduire en triangle le Pentagone A P O N R.

PRolongez la base N O, de part & d'autre.

Tirez A O, sa parallele P V, & la ligne A V.

Tirez aussi A N, sa parallele R S, & la ligne A S.

Mettez A O V pour son égal A O P, & A N S pour son égal A N R. Le triangle A V S sera égal au Pentagone.

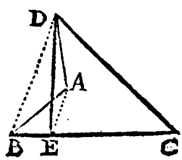


PROP. XVI.

Réduire en triangle le quadrilatere A B C D qui a un angle rentrant B A D.

MEnez B D, sa parallele A E, & la ligne D E.

Donnez le triangle A E D pour son égal A E B; & vous aurez le triangle C D E, pour le quadrilatere proposé.

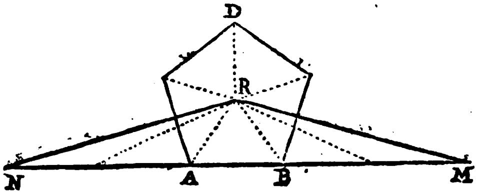


PROP. XVII.

Décrire un triangle égal au Pentagone regulier A B D.

Portez ſur la baſe prolongée N M, cinq fois la longueur de la baſe A B, c'eſt à dire, coupez N M égale aux cinq côtez du Pentagone.

Du centre R, menez R N, R M, & le triangle M R N ſera égal au Pentagone.



Le triangle A B R eſt la cinquiéme partie du pentagone; comme il eſt la cinquiéme partie du triangle N M R (par la 43 du 2.) Dont (ſuivant la 6 du 2) le triangle N M R eſt égal au pentagone.

PROP. XVIII.

Réduire le Pentagone A D, en triangle ſur le côté AB.

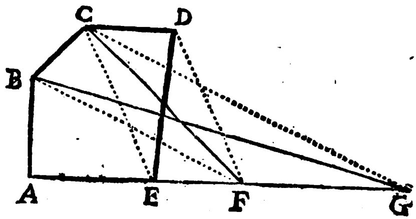
Continuez la baſe A E vers G.

Menez C E, ſa parallele D F, & la ligne C F.

Mettez le triangle C E F pour ſon égal C D E, & & le quadrilatere A B C F ſera égal au pentagone.

Tirez B F, ſa parallele C G, & la ligne B G.

Mettez le triangle B F G pour ſon égal B F C, & le triangle A B G ſera égal au quadrilatere A B C F.



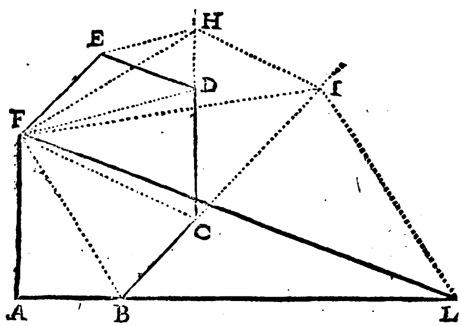
PROP.

PROP. XIX.

Réduire l'Exagone A B E en triangle A F L.

PRolongez C D vers H, B C vers I, & A B vers L.

Menez D F, sa parallele E H; C F, sa parallele H I; B F, sa parallele I L, & la ligne F L qui sera le triangle A L F égal à l'Exagone proposé.



Supposé les lignes F H, F I. Les triangles F D H, F D E, sont égaux; & le Pentagone A B C D F leur estant commun, le pentagone F H C B A, est égal à l'exagone A B C D E F.

De même. Les triangles F C I, F C H, sont égaux; & le quadrilatere A B C F, leur estant commun; le quadrilatere A B I F, est égal au Pentagone A B C H F.

Enfin, les triangles F B L, F B I, sont égaux; A B F leur est commun: Donc le triangle A F L est égal au quadrilatere F A B I, & par consequent à l'exagone proposé A B E.

PROP. XX.

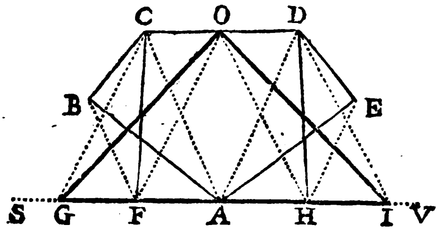
Du Pentagone A B C D E, faire un triangle qui ait son angle superieur en O, & sa base dans la ligne S V.

TIrez A C, sa parallele B F, & la ligne C F.

Tirez de même A D, sa parallele E H, & la ligne D H.

Mettez le triangle ADH pour ſon égal ADE, & ACF, pour ſon égal ACB; le trapeze CDFH ſera égal au Pentagone.

Réduiſez ce trapeze en triangle OGI (*par la 13.*)

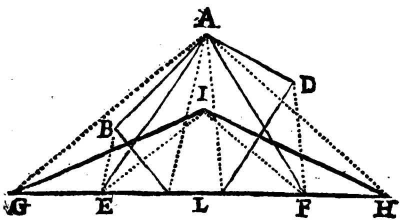


PROP. XXI.

Du Pentagone ABLD, faire un triangle de la hauteur IL.

Reduiſez le Pentagone en triangle AEF, (*par la 15.*)

Abaiſſez ce triangle AEF, à la hauteur IGH (*par la 11.*)

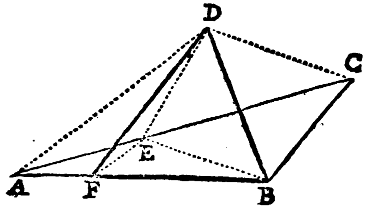


PROP. XXII.

Décrire ſur la ligne BD, & ſur l'angle ABD, un triangle égal au triangle ABC.

MEnez CD, ſa parallele BE, la ligne DE, & mettez le triangle BED pour ſon égal BEC.

Tirez A D, sa parallele E F, la ligne D F; & ayant mis le triangle E F D, pour son égal E F A; le triangle B D F, sera égal au proposé A B C.

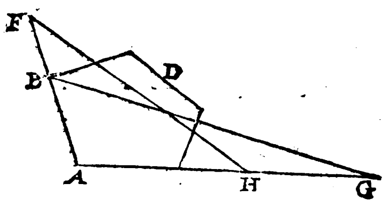


PROP. XXIII.

Décrire sur la ligne A F, un triangle égal au Pentagone A B D.

REduisez le Pentagone en triangle A B G, (*par la* 18.)

Faites le triangle A H F égal au triangle A B G (*par la* 8.)



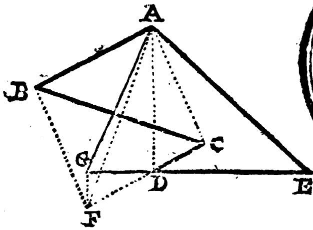
PROP. XXIV.

Réduire en triangle le Plan A B C D E, qui a un angle rentrant.

COntinuez C D vers F, & E D vers G.

Menez A C, sa parallele B F, la ligne A F; & le triangle A C F, sera égal au triangle A C B.

Menez AD, sa parallele FG, la ligne AG; puis mettant le triangle ADG pour son égal ADF, le triangle AEG sera égal au plan proposé.

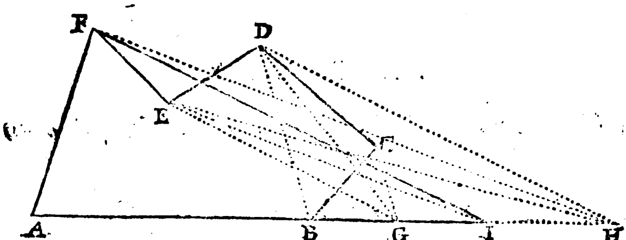


PROP. XXV.

Réduire en triangle, le Plan ABCDEF.

MEnez BD, sa parallele CG, la ligne DG. Mettez le triangle BDG pour son égal BDC. Menez EG, sa parallele DH, & la ligne EH. Mettez le triangle EGH pour son égal EGD.

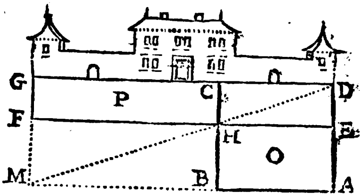
Menez enfin FH, sa parallele EI, & la ligne FI; puis mettez le triangle EIF pour son égal EIH, & le plan proposé sera réduit en triangle AIF.



PROP. XXVI.

Alonger le parallelogramme A C, sur la longueur D G.

MEnez GM parallele au côté CB.
Prolongez AB juſqu'en M, & tirez DM.
Menez par le point H, EF, parallele à DG.
Le parallelogramme EG ſera égal au propoſé.

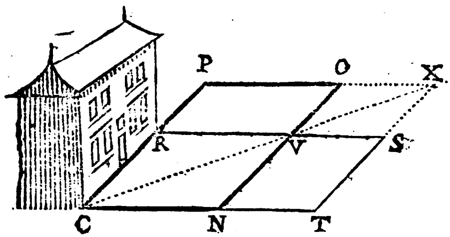


Le ſupplément ajoûté P, eſt égal au retranché O. (par la 65 du 2.)

PROP. XXVII.

Réduire le Parallelogramme C N O P à la largeur C R.

MEnez RVS parallele à CN.
Continuez PO vers X, & CN vers T.
Tirez par le point V, la diagonale CX.
Menez XT parallele à ON, & vous aurez le parallelogramme CRST, pour le propoſé NP.



Le ſupplément ajoûté T V, eſt égal au retranché V P, (par la 65 du 2.)

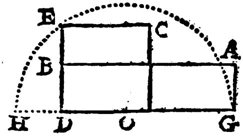
PROP. XXVIII.

Décrire un quarré égal au rectangle B G.

Continuez G D vers H, & B D vers E.

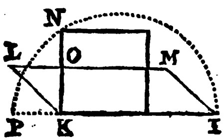
Coupez D H, égale à D B.

Coupez G H, en deux également en O.



Du point O, décrivez le demicercle H E G, & le quarré D C que vous ferez sur D E, sera égal au rectangle B G.

D E est moyenne proportionnelle entre D G & D H ou D B son égale (par la 51 du 3.) Donc (suivant la 64 du 2) le quarré C D est égal au rectangle proposé.



Pour faire un quarré égal au parallelogramme I K L M qui n'est pas rectangle, la moyenne proportionnelle K N, doit estre prise entre K I & K P, égale à la perpendiculaire K O, de même que si le parallelogramme proposé estoit rectangle. (Voyez la 40 du 2.)

PROP. XXIX.

Réduire le plan A B C D E, entre les deux paralleles B F, A D.

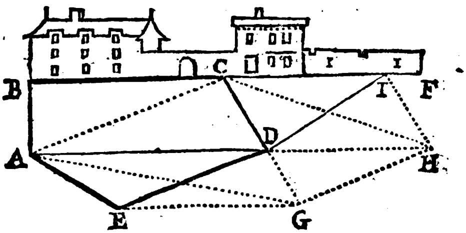
Prolongez C D vers G, & A D vers H.

Menez E G parallele à A D, G H parallele à A C, & H I parallele à C D.

Tirez D I & le triangle C D I sera égal au triangle retranché A D E.

Les triangles A C H, A C G, sont égaux (par la 41 du 2,)

& étant le commun A C D, les triangles C D H, A D G, restent égaux; C D I est égal à C D H, & A D E l'est à A D G. (par la même 42.) Donc C D I est égal à A D E.

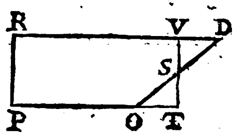


PROP. XXX.

Réduire en parallelogramme le quadrilatere D O P R qui a déja les costez D R, P O paralleles.

COupez O D en deux également en S.

Menez T S V parallele à P R, & continuez P O jusqu'en T.



Mettez le triangle O T S pour S V D qui luy est égal, (*suivant la 59 du 2,*) & vous aurez le parallelogramme R T pour le quadrilatere proposé.

PROP. XXXI.

Décrire un triangle équilateral, égal au scalene A B C.

FAites sous la base A B, le triangle équilateral A B D (*prop. 12 du 3.*)

Prolongez le côté B D vers E.

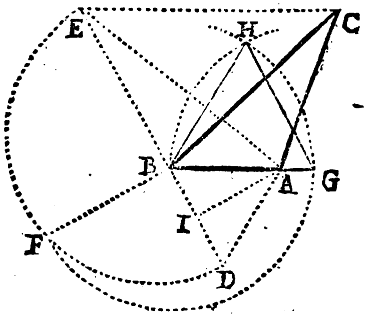
Menez C E parallele à A B, & supposé la ligne A E, le triangle A B E sera égal au triangle A B C, (*suivant la 42 du 2.*)

Décrivez sur D E, le demicercle D F E.

Elevez B F, moyenne proportionnelle entre les extrémes B E, B D (*prop.* 51 *du* 3.)

Du point B, décrivez l'arc F G H, & du point G, l'arc B H.

Menez les droites G H, B H, je dis que le triangle équilateral B G H est égal au scalene A B C.



Les lignes B E, B F, B D, sont proportionnelles; les triangles B E A, B D A faits sur les extrêmes B E, B D, sont de même hauteur A I; B G est égale à la moyenne B F, & le triangle B G H est fait semblable à A B D : Donc (par la 67 du 2) il est égal au triangle B E A, & par consequent au proposé A B C.

PROP. XXXII.

Du triangle A B C, faire un triangle semblable au proposé O.

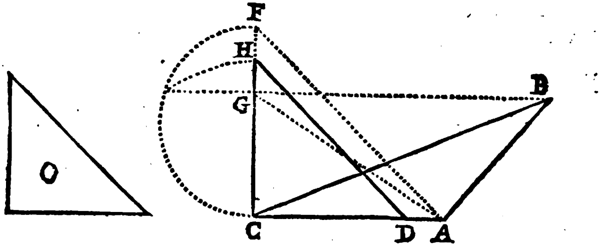
FAites le triangle A C F semblable au triangle O (*prop.* 27 *du* 3.)

Menez B G parallele à A C.

Prenez C H moyenne proportionnelle entre C F, & C G, (*prop.* 52 *du* 3.)

Menez H D parallele à A F, & le triangle C D H sera semblable au triangle O, & égal au triangle A B C.

Les lignes CF, CH, CG sont proportionnelles (par la construction.) Les triangles ACF, ACG, sont de même hauteur CA; & ont pour bases les extrêmes CF, CG: le triangle CDH fait sur la moyenne GH, est semblable à ACF ou O (par la 57 du 2;) & (par la 67 du 2) il est égal à ACG, & par consequent au proposé ABC.



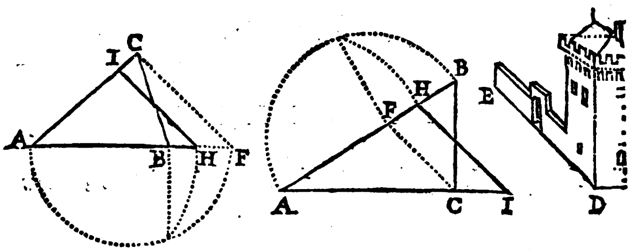
PROP. XXXIII.

Tirer une ligne parallele à DE qui fasse avec l'angle A, un triangle égal au triangle ABC.

MEnez CF parallele à DE, & prolongez AB vers F.

Coupez AH moyenne proportionnelle entre les extrémes AB, AF, (*par la 52 du 3.*)

Menez HI parallele à DE ou CF, & le triangle AIH sera égal au triangle ABC.

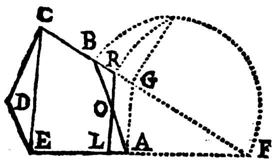


Les triangles AFC, ABC, faits sur les extrêmes AF, AB, sont de même hauteur C; le triangle AHI décrit sur la moyenne AH, est semblable au triangle AFC (par la 57 du 2.) Donc (par la 67 du 2) il est égal au triangle ABC.

PROP. XXXIV.

On demande que le costé A B du Pentagone A B D soit parallele à C E.

PRolongez les côtez E A, C B en F.
Menez A G parallele à C E.
Coupez F R moyenne proportionnelle entre F G, F B (*prop. 52 du 3.*)
Tirez le côté demandé R L, parallele à A G.

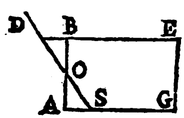


Les triangles A B F, F L R sont égaux (par la precedente,) & ôtant le quadrilatere commun A O R F, le triangle ajoûté O B R, reste égal au retranché O L A.

PROP. XXXV.

Le parallelogramme A B E G estant proposé, diriger son costé A B vers le point D.

COupez A B en deux également en O.
Tirez du point proposé D, la ligne D O S & vous aurez le requis, le triangle ajoûté O B D estant égal au retranché O A S (*par la 59 du 2.*)



PROP. XXXVI.

Diriger le costé A B du triangle A B C, vers le point D.

PRolongez B C de part & d'autre.
Menez D E F perpendiculaire sur B C.
Coupez E F égale à D E.

Tirez F G parallele à B C.

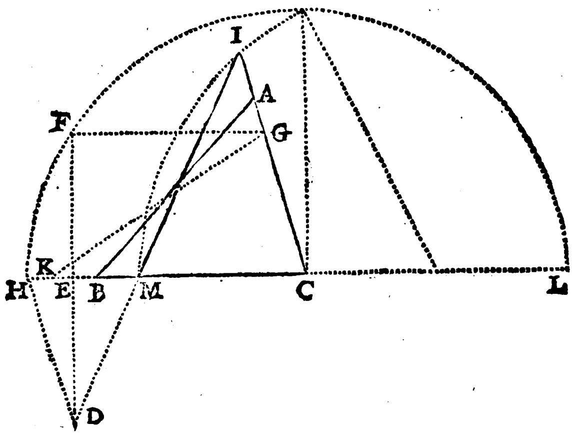
Faites sur C G, le triangle C G K égal au triangle A B C (*prop. 9.*)

Menez D H parallele à A C.

Coupez C L égale à C K.

Retranchez de la ligne C H, la partie C M, moyenne proportionnelle entre le reste M H, & C L, (*par la 53 du 3.*)

Menez la ligne demandée D M I, & vous aurez le triangle C M I pour le proposé A B C.



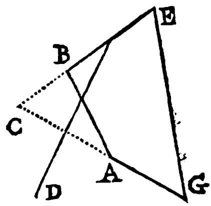
Les lignes H M, M C, C L ou C K son égale, sont coupées proportionnelles ; les triangles D H M, C G K faits sur les extrémes H M, C K, sont de même hauteur ; car les perpendiculaires D E, E F ont esté coupées égales : & puisque D H est menée parallele à C I, le triangle C I M décrit sur la moyenne C M, est semblable à D H M (par la 59 du 2.) Donc (par la 67. du 2) C I M est égal à C G K, & par consequent au proposé A B C auquel C G K a esté fait égal.

PROP. XXXVII.

Diriger vers le point D, le costé A B, du plan A B G.

PRolongez les côtez E B, G A, jusqu'à leur rencontre C.

Du triangle A B C, dirigez le côté A B vers D (*par la precedente.*)



PROP. XXXVIII.

Décrire un Exagone regulier égal au triangle A B C.

DEcrivez de telle grandeur qu'il vous plaira, l'exagone regulier D.

Faites sur A B, le triangle A B E semblable au triangle D, de maniere que l'angle A E B, soit celuy du centre.

Prolongez B E de part & d'autre.

Menez C F parallele à A B, & tirez A F. Le triangle A B F sera égal au triangle donné A B C (*par la 42 du 2.*)

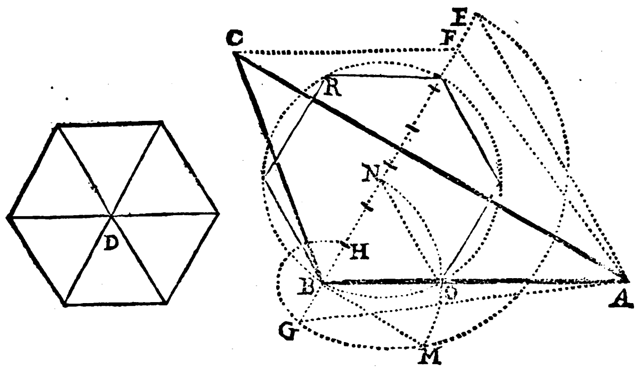
Divisez B F en six parties égales, c'est à dire, en autant de parties que la figure doit avoir de côtez.

Coupez B G égale à la sixiéme B H.

Cherchez B M moyenne proportionnelle entre B E & B G (*prop. 51 du 3.*)

Du point B, décrivez l'arc M N, & du point N, le cercle B O R, l'exagone décrit dans ce cercle sera égal au triangle proposé.

Les lignes B E, B M, B G sont proportionnelles; les triangles B E A, B G A fait sur les extrémes B E, B G sont de méme hauteur A N; le triangle B O N fait sur B N, égale à la moyenne B M, est semblable au triangle B A E: Donc il est *égal au triangle BAG: Le triangle BGA vaut une sixiéme partie du triangle ABF, & le triangle BON est une sixiéme partie de l'exagone BOR; Donc l'exagone BOR est égal au triangle ABF, & par consequent au triangle proposé ABC.*



PROP. XXXIX.

Décrire un pentagone regulier, égal à l'irregulier ABD.

REduisez le Pentagone irregulier en triangle BCF (*prop.* 18 *ou* 19.)

Faites comme il vous plaira le Pentagone regulier G.

Faites le triangle BFH, équiangle au triangle G (*prop.* 27 *du* 3,) en sorte que l'angle H, soit l'angle du centre comme est l'angle G.

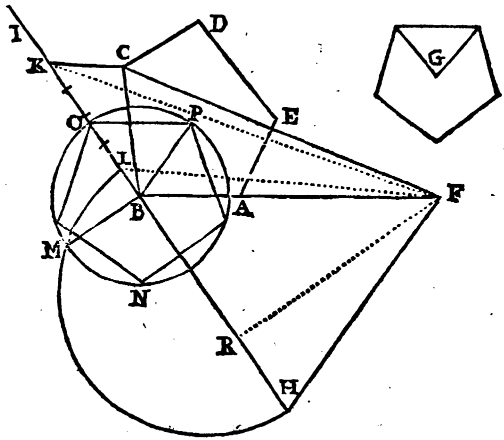
Prolongez HB vers I, & menez CK parallele à BF. La ligne FK estant tirée, BFK sera égal au triangle BFC (*par la* 42 *du* 2.)

Divisez BK en cinq parties égales, c'est à dire, en autant de parties qu'un Pentagone a de côtez.

Tirez BM, moyenne proportionnelle entre BH & la cinquiéme partie BL (*prop.* 51 *du* 3.)

Menez BP, parallele à FH, l'angle OBP sera égal à l'angle du centre H ou G son égal (*par la* 15 *du* 2.)

Du point B & de l'intervale BM, décrivez le cercle MOP, & dans ce cercle faites le Pentagone demandé OPN, dont OP sera un des côtez.



Le rayon BO est coupé égale à la moyenne BM, ainsi HB, BO, BL, sont proportionnelles.

Les triangles HBF, BLF, décrits sur les extrémes HB, BL, sont de même hauteur RF; le triangle BOP décrit sur la moyenne BO, est semblable à HBF (par la 58 du 2.) Donc il est égal à BLF (par la 67 du 2.)

Le triangle BLF est la cinquiéme partie du triangle BKF, ou du Pentagone ABD son égal: donc BOP qui est égal à BLF, est la cinquiéme partie du Pentagone irregulier ABCD, de même qu'il est la cinquiéme partie du Pentagone regulier OPN: Donc (par la 6 du 2) le Pentagone regulier est égal à l'irregulier.

PROP. XL.

Le triangle ABC, est donné pour en faire un Poligone semblable au Poligone DG.

FAites le triangle ABL semblable au triangle FGH (*par la* 27 *du* 3.)

Menez CK parallele à AB.

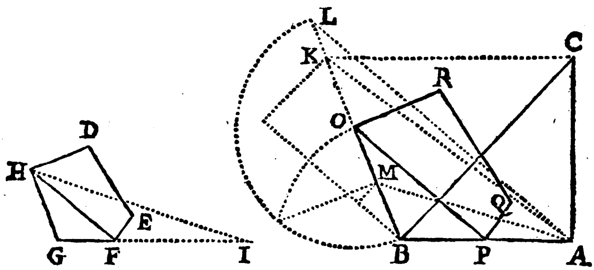
Réduisez le plan G D, en triangle G H I (*par la* 18 *ou* 19.)

Coupez la ligne B K en M, comme G I l'est en F (*par la* 48 *du* 3.)

Coupez B O moyenne proportionnelle entre B L & B M (*par la* 52 *du* 3.)

Tirez O P parallele à A L, le triangle O B P sera semblable au triangle A B L, (*par la* 57 *du* 2,) & par consequent au triangle G H F.

Faites sur O P, le quadrilatere O P Q R semblable au quadrilatere H F D E (*par la* 29 *du* 3.) Il est évident que le plan B R sera semblable au proposé G D (*par la* 68 *du* 2 ;) mais qu'il soit égal au triangle A B C, c'est ce qu'il faut démontrer.



La ligne B O est coupée moyenne proportionnelle entre les extrémes B L, B M; les triangles A B M, A B L, faits sur les extrémes B L, B M, sont de même hauteur B A; le triangle B O P fait sur la moyenne B O, est semblable au triangle A B L; Donc il est égal au triangle A B M (par la 67 du 2.)

Le triangle A B K (suivant la 47 du 2) est au triangle A B M ou son égal B O P, comme le triangle G H I est au triangle F G H, puisque B K a esté coupée en M, comme G I, l'est en F.

Le triangle G H F est au plan G D, comme le triangle B O P au plan B R (suivant la 70 du 2;) car les plans G D, B R sont semblables : le triangle G H I a esté fait égal au plan G D, Donc le triangle A B K ou A B C son égal, est égal au plan B P Q R O.

PROP. XLI.

Décrire une figure semblable à la figure H K, qui contienne autant d'aire que la figure C E.

Reduisez la figure C E, en triangle D L M (*par la* 15.)

Reduisez aussi la figure H K, en triangle I O S.

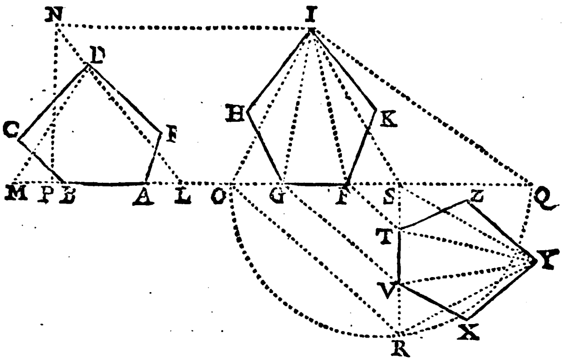
Du triangle D L M, faites le triangle N L P de la hauteur du triangle I O S (*par la* 8.)

Prolongez O S vers Q, & coupez S Q, égale à P L base du triangle N P L.

Tirez S R moyenne proportionnelle entre les bases Q S, S O (*par la* 51 *du* 3.)

Menez O R & ses paralleles F T, G V. La base S R sera divisée en T, V; comme S O, l'est en F, G (*par la* 51 *du* 2.)

Faites le triangle S R Y semblable au triangle O S I, & la figure demandée Z X semblable à la figure H K (*par la* 29 *du* 3.)



Les lignes O S, S R, S Q, sont proportionnelles ; ainsi le triangle S R Y qui est fait semblable à I O S, est égal à I S Q (par la 67 du 2.)

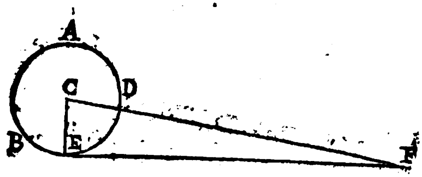
Le triangle S R Y & le Pentagone X Z, pris ensemble sont faits

faits semblables au triangle IOS *& au Pentagone* HK *aussi pris ensemble comme ne faisant qu'une même figure ; & (par la 70 du 2) le Pentagone* XZ *est au triangle* SRY*, comme le Pentagone* HK *est au triangle* OSI *: le Pentagone* HK *est égal au triangle* IOS *: donc le Pentagone* XZ *est aussi égal au triangle* SRY*, & par consequent au triangle* IQS*, lequel estant fait égal au plan* CE*, le plan* CE *& le Pentagone* XZ *sont égaux.*

PROP. XLII.

Décrire un triangle égal au cercle ABD.

Tirez le rayon CE, & la tangente EF, égale à la circonference du cercle (*par la 60 du 3.*)



L'experience nous apprend qu'on ne sçauroit tirer une ligne tangente, qu'elle ne paroisse à la veuë couler l'espace de quelques degrez dans la circonference du cercle. Nous pouvons donc bien prendre sans aucune erreur sensible, des petites parties de circonference pour des lignes droites. Cela supposé, venons à nostre preuve.

La tangente EF*, est coupée d'autant de petites parties égales, qu'il s'en est trouvé à la premiere petite ouverture de compas, dans la circonference du cercle (suivant la 60 du 3 ;) Ainsi si on faisoit sur chacune de ces petites parties égales, tant de la tangente que de la circonference, des triangles qui eussent leurs sommets au centre* C*, ils seroient tous égaux (par la 43 du 2 ;) & si, par exemple le cercle contenoit 400 de ces petits triangles, le triangle* CEF *en contiendroit autant. Donc (suivant la 75 du 1) le triangle est égal au cercle.*

PROP. XLIII.

Autre maniere de décrire un triangle égal à un cercle.

INscrivez le triangle équilateral A B C, & l'Eneagone regulier A E D.

Prolongez les côtez B C, D E, de part & d'autre.

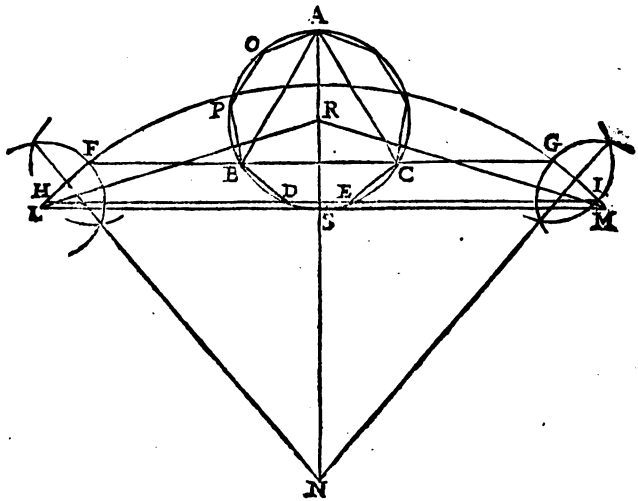
Coupez B F égale à B A, & C G égal à C A.

Coupez aussi D H égale aux quatre côtez D B P O A, & E I égale à D H, afin que H I soit égale aux 9 côtez de l'eneagone, comme F G l'est aux trois côtez du triangle équilateral.

Tirez le diametre A S, & le continuez vers N.

Décrivez un arc par les points H F, G I (*prop.* 33 *du* 3.)

Menez la parallele ou tangente L S M, elle sera égale à la circonference du cercle A B C.



Si vous prenez une petite partie (suivant la 60 du 3.) elle se trouvera autant de fois dans la circonference du cercle que dans la tangente L M.

Menez du centre R, les lignes R L, R M, & le triangle L M R sera le demandé (*suivant la precedente.*)

PROP. XLIV.

Réduire en cercle le triangle A B C.

Coupez la base A B en deux également au point D.

Elevez la perpendiculaire D E.

Menez C F parallele à la base A B.

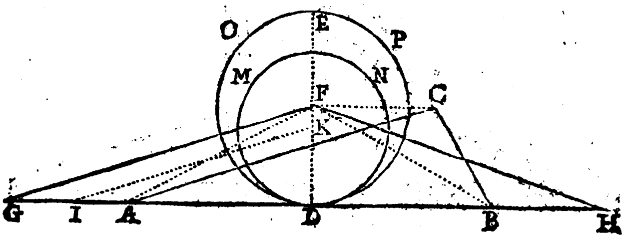
Du point F, décrivez le cercle D O P.

Réduisez ce cercle en triangle F G H (*par la precedente.*)

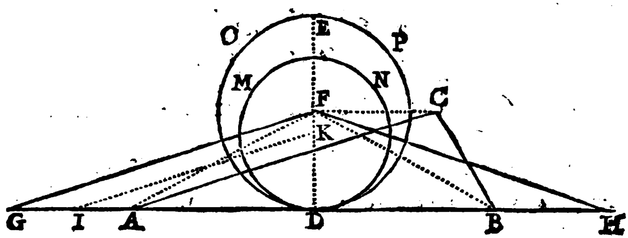
Coupez D I moyenne proportionnelle entre D A, & D G (*par la 52 du 3.*)

Menez I K parallele à G F.

Du point K décrivez le cercle D M N, il sera égal au triangle A B C. *Tirez A F, B F.*



Les triangles D G F, D I K, sont semblables (par la 57 du 2.) ainsi ils sont en raison doublée de leurs côtez ou perpendiculaires D F, D K (par la 66 du 2.) Les cercles D O P, D M N, sont aussi en raison doublée des mêmes perpendiculaires, lesquelles sont leurs rayons ou demi diametres. Donc comme le triangle D F G, est au triangle D I K, le cercle D O P est au *cercle D M N; & par échange, comme le triangle D F G est au cercle D O P, le triangle D I K est au cercle D M N: le cercle D O P est double du triangle D F G; donc le cercle D M N est aussi double du triangle D K I, lequel est fait égal au triangle A D F (suivant la 33.) Le triangle A B F est double du triangle A F D, donc le cercle D N M est égal au triangle A B F & par conséquent au donné A B C, ces triangles A B F, A B C, estant égaux (par la 42 du 2.)*



PROP. XLV.

Décrire sur la ligne droite G F, une ovale égale au cercle A B C.

QUe le centre du cercle proposé soit dans le milieu de la ligne G F.

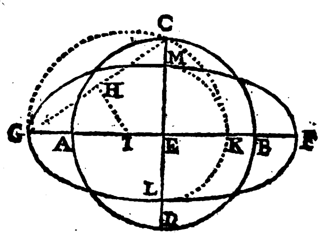
De ce point E, élevez la perpendiculaire E C.

Tirez C G & la coupez en deux également en H.

Tirez sur C G, la perpendiculaire H I.

Du point I, décrivez le demicercle M K L.

Les droites G F, L M, seront les deux diametres sur lesquels vous ferez l'ovale demandée (*par la 56 du 3.*)



Les demidiametres GE, EC, EM ou son égale EK sont proportionnels (suivant la 51 du 3 :) ainsi les diametres GF, CD, LM, le sont aussi.

Or si on suppose comme il est évident, qu'il y a même raison du cercle CD, à l'ovale ; qu'il y auroit d'un quarré fait sur le diametre de ce cercle CD, au rectangle compris sous le grand & petit diametre de l'ovale ; on doit conclure que le cercle CD est égal à l'ovale ; de même que le quarré seroit égal au rectangle. (suivant la 64 du 2.)

PROP. XLVI.

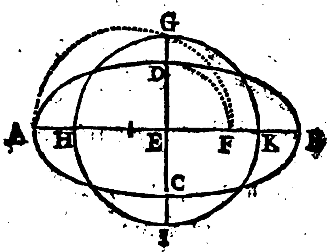
Décrire un cercle égal à l'Ovale ABCD.

Tirez les diametres AB, CD, se coupant à angles droits en E (*par la 57 du 3*)

Coupez EG moyenne proportionnelle entre les diametres AE, & DE ou EF son égale (*par la 51 du 3.*)

Du centre E, décrivez le cercle demandé GHIK.

La demonstration est l'inverse de la precedente.



CHAPITRE CINQUIE'ME.

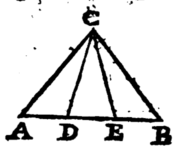
Division des Plans.

PROPOSITION I.

Partager le triangle A B C en trois parties égales, par des lignes tirées de l'angle C.

Divisez la base A B en trois parties égales A D E B.

Menez les lignes C D, C E, elles feront le partage demandé (*suivant la 43 du 2.*)

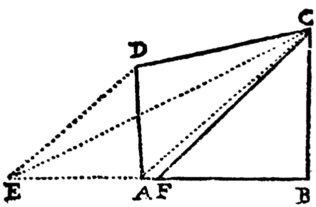


PROP. II.

Partager le quadrilatere B D en deux également, par une ligne tirée de l'angle C.

Reduisez le quadrilatere en triangle B C E (*par la 7 du 4.*)

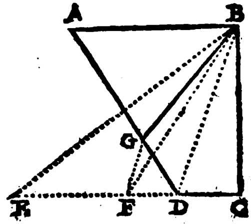
Divisez la base B E en deux au point F, & la ligne C F fera le partage demandé.



Le triangle B C E est fait égal au quadrilatere proposé; B C F est moitié du triangle B C E, donc il est moitié du quadrilatere BD.

PROP. III.

Partager le quadrilatere AC en deux, par une ligne menée de l'angle B.



Reduisez le quadrilatere en triangle BCE.

Coupez ce triangle BCE en deux également par la ligne BF.

Menez BD, sa parallele FG & la ligne BG, qui fera le partage du quadrilatere.

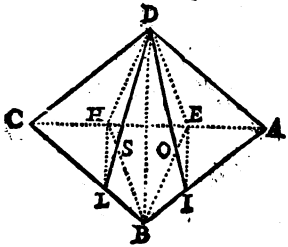
Donnant le triangle BDG, pour son égal BDF, le quadrilatere GBCD est égal au triangle BCF.

PROP. IV.

Diviser le quadrilatere AC en trois également, par des lignes menées de l'angle D.

Tirez AC & la divisez en trois parties égales AEHC; *c'est à dire*, divisez cette ligne en autant de parties qu'il faut partager le quadrilatere.

Menez BD, ses paralleles EI, HL, & les lignes DI, DL qui feront le partage demandé.



Les lignes DE, DH; BE, BH; divisent les triangles ACD, ACB, chacun en trois triangles égaux (par la 43 du 2,) & (par la 4 du 2) les quadrilateres ABED, EDHB, HDCB, sont égaux; & vaent chacun vn tiers du quadrilatere ABCD.

La ligne EI a esté menée parallele à BD, ainsi les triangles EID, EIB qui ont une même base EI sont égaux; desquels le commun EIO estant ôté, reste DEO égal à BIO;

& donnant l'un pour l'autre, A I D est égal au quadrilatere A B E D.

De même, mettant le triangle D H S pour son égal B L S, le triangle C D L, est égal au quadrilatere B C D H.

Enfin puisque le triangle B L S, est égal au triangle D H S; & le triangle B I O, au triangle D E O; le quadrilatere B I D L est aussi égal au quadrilatere E D H B.

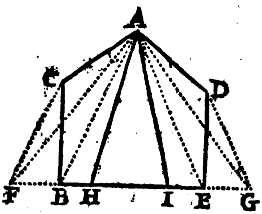
PROP. V.

Conduire de l'angle A, des lignes qui partagent le Pentagone C D en trois parties égales.

REduisez le Pentagone en triangle A F G (*par la 15 du 4.*)

Divisez la base F G en trois parties égales F H I G.

Menez de l'angle A, les lignes demandées A H, A I.



Le triangle A F G est fait égal au Pentagone C D; & les lignes A H, A I, le partagent en trois triangles égaux: Donc le triangle commun A I H est le tiers du Pentagone C D, comme il est le tiers du triangle A F G.

Les triangles A B C, A B F, sont égaux (par la 42 du 2,) & leur ajoûtant le commun A B H, le quadrilatere A C B H est égal au triangle A F H.

Par la même raison le quadrilatere A I E D, est égal au triangle A I G.

PROP. VI.

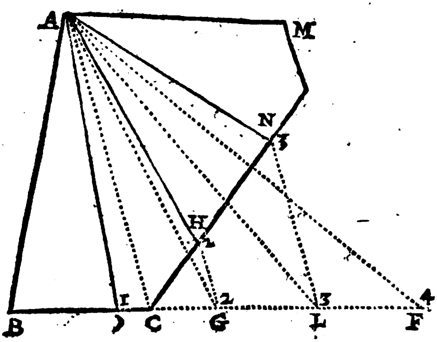
Diviser le Pentagone B M en quatre parties égales, par des lignes tirées du point A.

REduisez le Pentagone donné en triangle A B F (*par la 19 du 4*)

Divisez la base B F, en quatre parties égales 1, 2, 3, 4.

Menez AC, & ses paralleles 22, 33.

Des points 1, 2, 3, qui se rencontrent dans les côtez de la figure, tirez des lignes à l'angle A, elles feront le partage demandé.



1. Le triangle ABO estant une quatriéme partie du triangle ABF qui est fait égal au Pentagone BM, il est aussi une quatriéme partie du même Pentagone.

2. Supposé la ligne AG, les triangles ACH, ACG, sont égaux (par la 42 du 2;) & le triangle commun ABC leur estant ajoûté, le quadrilatere ABCH est égal au triangle ABG; Donc le quadrilatere ABCH, contient la moitié du Pentagone BM, comme le triangle ABG contient la moitié du triangle ABF.

Enfin les triangles AGL, AGN, sont égaux, le triangle ABC leur est commun, Donc le quadrilatere ABCN, est égal au triangle ABL: ce triangle contient trois quarts du triangle ABF, Donc le quadrilatere ABCN, contient trois quarts du Pentagone proposé.

PROP. VII.

Diviser le Plan BC en six parties égales, par des lignes menées à l'angle A.

REduisez ce plan en triangle ABI *(par la 19 du 4.)*

Divisez la base BI en six parties égales, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Continuez GH vers N, GF vers O, FE vers P.

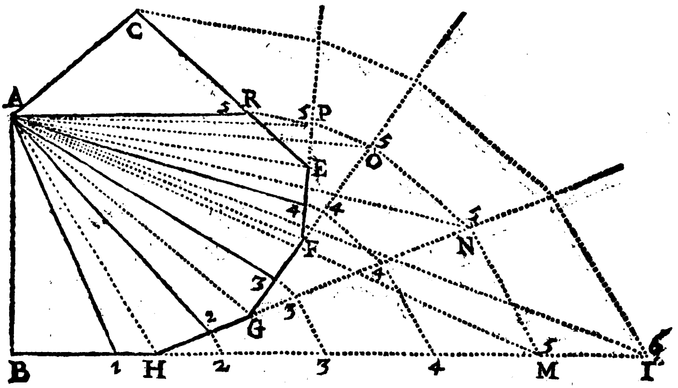
Menez AH & ses paralleles 22, 33, 44, 55.

Tirez AG, & ses paralleles 33, 44, 55.

Menez AF, & ses paralleles 44, 55.

Menez aussi AE, & sa parallele 55.

Si des points 1, 2, 3, 4, 5, qui se rencontrent dans les côtez du plan, vous menez des lignes au point A, elles feront la division requise.



Supposé les lignes AM, AN, AO, AP. Les lignes AH, MN estant paralleles, le triangle AHN est égal à AHM (par la 42 du 2.)

Par la même raison AGO, est égal à AGN; AFP, l'est à AFO; & AER à AEP: ainsi la ligne AR coupe du plan proposé, la partie ABHGFER, égale au triangle ABM.

Le triangle ABI est fait égal au plan proposé; donc le triangle ARC est égal au triangle AIM (par la 5 du 2.)

Le triangle AIM est la sixiéme partie du triangle ABI, Donc ARC est la sixiéme partie du plan proposé.

Les autres divisions se prouveront de même, ou par la precedente.

PROP. VIII.

Tirer de l'angle A, une ligne qui partage le plan BCE en deux également.

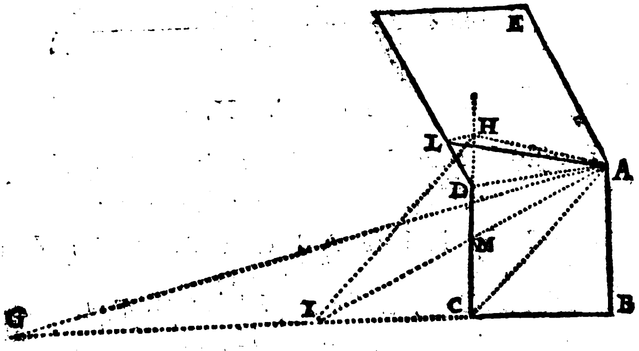
REduisez le plan CBE en triangle ABG.

Coupez BG en deux parties égales au point I: Le triangle ABI vaudra la moitié du plan proposé.

Prolongez CD vers H.

Menez AC, sa parallele IH, la ligne AH & donnez le triangle ACH pour son égal ACI.

Tirez AD, sa parallele HL, & le triangle ADL estant mis pour son égal ADH, la ligne AL fera le partage demandé.



PROP. IX.

Diviser le Plan BE, en deux également par une ligne menée de l'angle A.

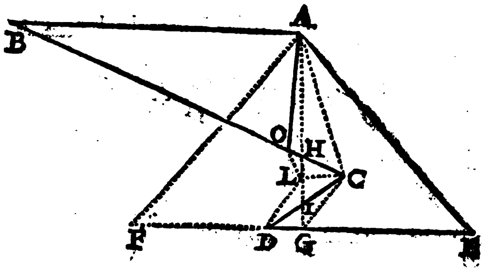
REduisez ce plan en triangle AEF (*par la 24 du 4.*)

Coupez la base EF en deux au point G, & menez AG.

Si le triangle A G E estoit entierement dans le plan proposé B E, le partage seroit fait ; mais la partie C I H en estant dehors, il faut la faire rentrer comme s'ensuit.

Menez C G, sa parallele D L, la ligne L C; puis donnez le triangle I D G, pour son égal I C L.

Tirez encore A C, sa parallele L O, puis donnez le triangle A O H pour son égal C H L, & la ligne A O fera le partage demandé.



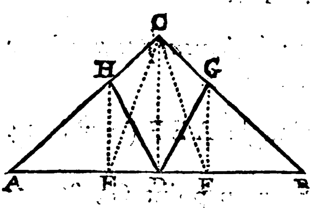
PROP. X.

Diviser le triangle A B C en trois parties égales, par des lignes conduites au point D.

Divisez la base A B en trois parties égales A F E B.

Menez C D, & ses paralleles E G, F H.

Tirez les lignes D G, D H, elles feront le partage du triangle.



Supposé les lignes C E, C F, elles divisent le triangle A B C en trois triangles égaux.

Mettez le triangle E G D pour son égal E G C ; B D G sera égal au triangle B C E.

Par la même raison A D H, sera égal au triangle A C F, & D G C H, à C E F.

PROP. XI.

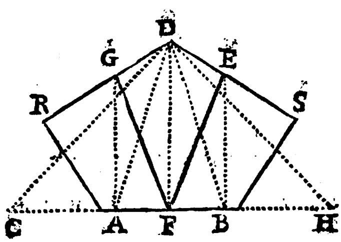
Diviser le Pentagone R S en trois parties égales, par des lignes tirées du point F.

REduisez ce Pentagone en triangle D C H (*par la 15 du 4.*)

Coupez C H en trois parties égales C A B H.

Menez D F, & ses paralleles A G, B E.

Tirez les lignes F G, F E, elles feront le partage du Pentagone (*suivant la precedente.*)



PROP. XII.

Tirer du point G, une ligne qui divise le plan A C F en deux également.

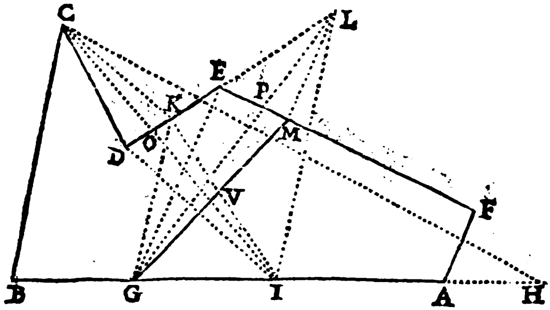
REduisez le plan proposé en triangle B C H (*par la 25 du 4.*)

Divisez la base B H en deux au point I, & le triangle B C I sera moitié du triangle B C H.

Menez D I, sa parallele C K & la ligne I K, qui divisera le plan A C en deux également: car mettant le triangle D I K pour son égal D I C, la partie IKDCBI sera égale au triangle BCI.

Tirez GK, sa parallele IL & la ligne GL; puis donnez le triangle GKL pour son égal GKI.

Tirez GE, sa parallele LM, & la ligne GM; qui fera le partage demandé, en donnant le triangle GEM pour son égal GEL.



PROP. XIII.

Partager le Pentagone ABO en trois parties égales par des lignes tirées du point F, ensorte que la ligne AF, fasse une des divisions.

Reduisez le Pentagone en triangle FGH (*par la 21 du 4.*)

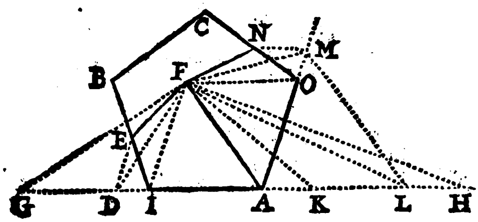
Coupez AD, égale à HK tierce partie de la base GH; & le triangle ADF, vaudra un tiers du triangle FGH.

Menez FI, sa parallele DE, la ligne EF; & le triangle FIE estant mis pour son égal FID, le quadrilatere AFEI, sera un tiers du Pentagone.

Coupez AL égale à AD, & le triangle ALF sera égal au triangle ADF, tiers du triangle FGH.

Continuez AO vers M: menez LM parallele à AF: & supposé la ligne FM, le triangle AFM sera égal au triangle AFL.

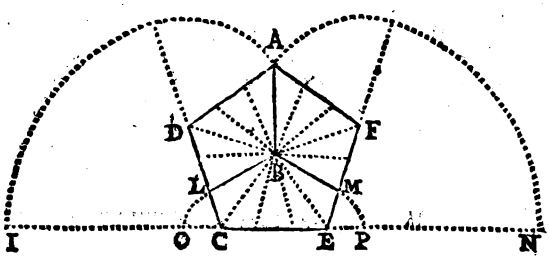
Tirez F O, sa parallele M N, la ligne F N, & donnant le triangle F O N, pour F O M son égal; le quadrilatere A F N O, sera égal au triangle A F L.



PROP. XIV.

Partager en trois parties égales le Pentagone regulier A C E, par des lignes tirées du centre B.

DIvisez le contour du Pentagone en trois parties égales aux points A, L, M, (*par la 59 du 3.*) De ces points A, L, M, menez des lignes au centre B, elles feront le partage demandé.

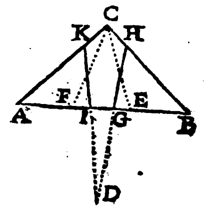


Que chaque côté du Pentagone soit divisé en trois parties égales; & que de chacune de ces parties on mene des lignes au centre B: le Poligone sera divisé en 15 petits triangles, qui estant tous de même hauteur seront égaux. Or il est évident que les lignes B A, B L, B M, comprennent entr'elles, trois parties qui renfermeront chacune cinq de ces petits triangles; Donc ces trois parties sont égales (suivant la 75 du 1.)

PROP. XV.

Diviser le triangle A B C en trois parties égales, par des lignes menées au point D, pris hors le triangle.

DIvisez le triangle proposé en trois parties égales par les lignes C E, C F; (*suivant la 1.*)



Dirigez C E; côté du triangle B C E vers D, (*par la 36 du 4,*) & vous aurez le triangle B G H pour le triangle B C E.

Dirigez de même C F, côté du triangle A C F, vers le point D, & vous aurez A I K pour A C F; & G I K C H, pour C E F.

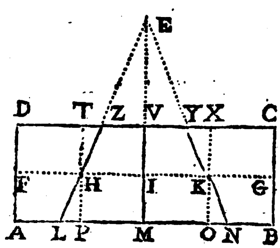
PROP. XVI.

Diviser le Parallelogramme B D en quatre parties égales, par des lignes conduites au point E.

COupez les côtez A D, B C, chacun en deux également aux points F, G.

Menez F G, & la coupez en quatre parties égales F H I K G.

Tirez les lignes E K N, E I M, E H L; elles feront la division du parallelogramme.



Supposé les lignes T P, V M, X O, paralleles à A D; elles divisent le parallelogramme B D en quatre autres parallelogrammes égaux B X, O V, M T, P D (par la 41 du 2,) & mettant le triangle K X Y pour K N O qui luy est égal (par la 59 du 2,) le quadrilatere B C Y N est égal au parallelogramme B C X O.

Par la même raison le quadrilatere M N Y V est égal au parallelogramme M O X V, & ainsi des autres.

PROP.

PROP. XVII.

Mener du point F, des lignes qui partagent le Pentagone A B D en trois parties égales.

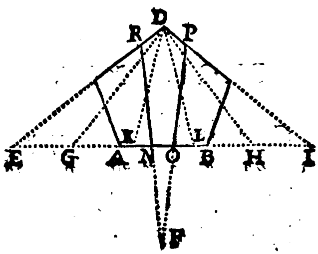
REduisez le Pentagone en triangle D G H (*par la 15 du 4.*)

Divisez la base G H en trois aux points K, L, & menez D L, D K, lesquelles diviseront le Pentagone en trois parties égales (*suivant la 5.*)

Continuez les côtez A B, D C en I.

Dirigez D L côté du triangle D L I vers le point F (*par la 36 du 4*,) c'est à dire, faites du triangle D L I, le triangle P O I ayant le côté P O, dirigé vers F.

Faites de même le triangle A N R, égal au triangle D E K.



PROP. XVIII.

Partager en trois également le triangle A B C, par des lignes tirées aux points D, E, pris dans la base A B qui en est coupée en trois parties inégales.

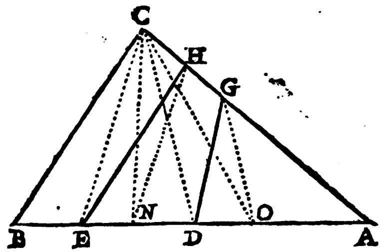
DIvisez A B en trois parties égales aux points N, O, & les lignes C O, C N, diviseront le triangle A B C en trois triangles égaux C B N, C N O, C O A.

Tirez CD, sa parallele OG, & la ligne DG.

Mettez le triangle GOD pour son égal GOC, & ADG sera égal au triangle ACO.

Menez CE, sa parallele NH, & la ligne EH.

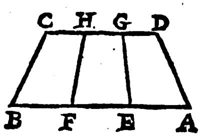
Mettez le triangle NHE pour son égal NHC; le triangle AEH, sera égal aux deux triangles AOC, ONC, c'est à dire au seul ANC: & le quadrilatere BCHE le sera au troisiéme triangle BCN (*suivant la 5 du 2.*)



PROP. XIX.

Le trapeze AC ayant les côtez opposez AB, CD paralleles, est donné pour estre partagé en trois également par les points E, F, qui divisent la base AB en trois parties égales.

DIviscz CD comme AB, c'est à dire en trois parties égales, puis menez les lignes FH, EG, qui feront le partage demandé (*par la 49 du 2.*)



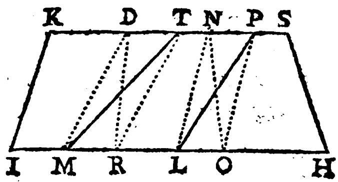
PROP. XX.

Le trapeze H K, a les costez I H, K S, paralleles; & on veut le partager en trois parties égales par les points L, M, qui divisent inégalement la base H I.

COupez les côtez paralleles H I, K S, chacun en trois également aux points D, N; R O; & les lignes D R, N O, diviseront le trapeze proposé en trois quadrilateres égaux I K D R, R D N O, O N S H (*par la precedente.*)

Menez D M, sa parallele R T, & donnant le triangle D M T pour son égal D M R, la ligne M T coupera le quadrilatere I M T K égal au quadrilatere I R D K.

Menez L N, sa parallele O P, la ligne L P, qui coupera le quadrilatere I L P K, égal au quadrilatere I O N K: & L P S H restera égal au quadrilatere O N S H (*suivant la 5 du 2.*)



PROP. XXI.

Des points D & C, pris comme on voudra dans la base A I, partager le quadrilatere A B en trois parties égales.

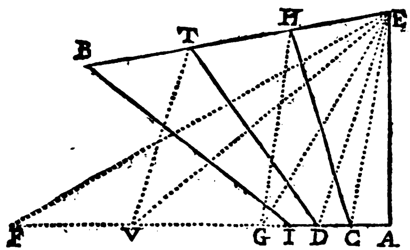
REduisez le quadrilatere proposé en triangle A E F (*par la 7 du 4.*)

Coupez la base AF en trois parties égales F V G A : les lignes E G, E V diviseront le triangle A E F en trois triangles égaux.

Menez C E, sa parallele G H, la ligne C H ; & le triangle C E H estant mis pour son égal C E G, le quadrilatere A C H E sera égal au triangle A G E.

Tirez D E, sa parallele V T, la ligne D T.

Donnez le triangle D E T pour son égal D E V, le quadrilatere A D T E, sera égal au triangle A E V : Et le quadrilatere D I B T, le sera au triangle E F V (*par la 5 du 2.*)



PROP. XXII.

Diviser du point D, le plan B V en deux parties qui soient entr'elles comme les deux parties de la ligne R S.

REduisez le plan B V, en triangle B C K (*par la 19 du 4.*)

Coupez B K en M, comme R S est coupée en E (*par la 48 du 3.*)

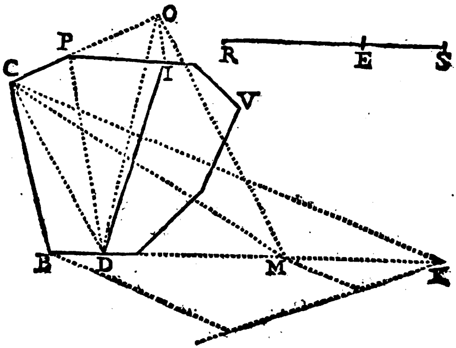
Tirez C M, & les triangles B C M, M C K, seront entr'eux comme leurs bases ; c'est à dire comme les parties de la ligne R S. (*suivant la 74 du 2.*)

Continuez le côté C P, vers O.

Menez C D, sa parallele M O, la ligne D O,

& mettez le triangle C D O pour son égal C D M.

Menez D P, sa parallele O I, & la ligne D I qui sera le partage demandé : car le triangle D P I estant donné pour son égal D P O, la partie B I sera égale au triangle B C M ; & la partie D V le sera au triangle M C K (*par la 5 du 2.*)



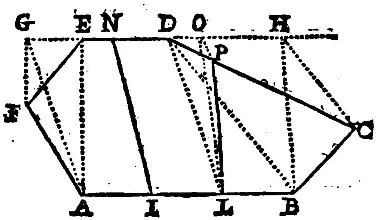
PROP. XXIII.

Partager le plan C F, en trois parties égales sur les trois parties égales A I L B.

PRolongez de part & d'autre le côté D E, qui est parallele à la base A B.

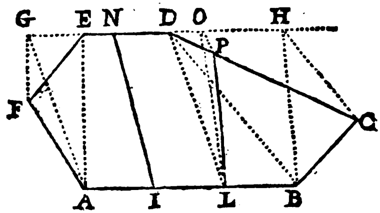
Réduisez le plan C F en quadrilatere G A B H.

Divisez G H, en trois parties égales G N O H.



Menez des lignes IN, LO, qui diviseront le quadrilatere ABGH en trois quadrilateres égaux, GAIN, NILO, OLBH (*suivant la 49 du 2.*)

Menez DL, sa parallele OP, & les lignes IN, LP, feront le partage demandé.



Le trapeze EAIN estant commun aux deux triangles égaux AEG, AEF; la premiere partie AINEF, est égale au quadrilatere AING.

De même. Le trapeze ILDN estant joint aux deux triangles égaux LDP, LDO; la seconde partie ILPDN est égale au quadrilatere ILON. & (par la 5 du 2,) la troisiéme partie LBCP, est égale au quadrilatere LBHO.

PROP. XXIV.

Partager le plan CF, en deux parties qui soient entr'elles comme les parties AN, NB, de la base AB.

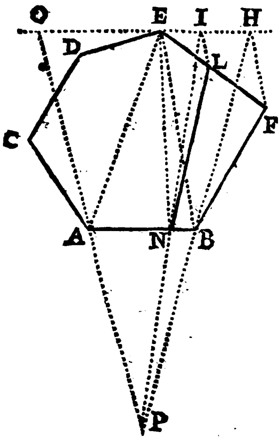
MEnez par le point E, la ligne OH, parallele à AB.

Réduisez le plan proposé CF en trapeze ABHO.

Prolongez HB, OA, jusqu'à leur rencontre en P.

Du point P, menez PNI, qui divisera OH en I, comme AB l'est en N, *suivant la 46 du 3:*) & les quadrilateres ANIO, BNIH, seront entre eux comme leurs bases AN, BN, *suivant la 42 du 2.*)

Tirez EN, sa parallele IL puis LN, qui fera le partage demandé.



Si on ajoûte aux triangles égaux BEH, BEF, le commun BEN; les quadrilateres BNEH, BNEF, seront égaux: desquels ôtant les triangles égaux ENI, ENL, sçavoir ENI, du quadrilatere BNEH; & ENL du quadrilatere BNEF; le quadrilatere BNLF, restera égal au quadrilatere BNIH: Et le plan proposé CF, estant égal au trapeze ABOH; sa partie NLC, restera aussi égale au quadrilatere ANIO. Donc la ligne NL partage le plan CF, comme NI partage le trapeze ABOH, sçavoir en deux parties qui sont entr'elles, comme leurs bases AN, BN.

PROP. XXV.

Partager le triangle ABC en trois parties égales, par des lignes paralleles au costé AC.

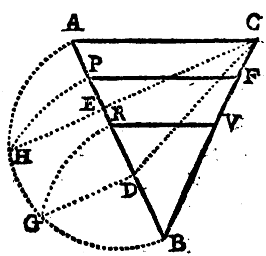
Divisez AB, en trois parties égales AEDB, & les lignes CE, CD, diviseront le triangle ABC en trois triangles égaux.

Décrivez le demicercle AGB.

Elevez les perpendiculaires EH, DG.

Du point B, décrivez les arcs HP, CR.

Menez les paralleles demandées, PF, RV.



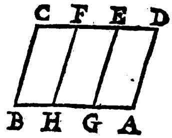
Le triangle ABC est divisé en trois triangles égaux par les lignes CE, CD; le triangle BPF est égal à BCE; & BRV, l'est à BCD; (par la 33 du 4.)

PROP. XXVI.

Partager le parallelogramme AC en trois parties égales, par des lignes paralleles aux costez AD, BC.

COupez les côtez CD, AB, chacun en trois parties égales aux points E, F; G, H.

Menez les lignes EG, FH, elles feront le partage demandé (*suivant la 41 du 2.*)



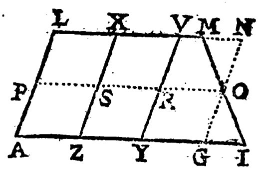
PROP. XXVII.

Diviser le trapeze regulier AIML, en trois parties égales par des lignes ou coupures paralleles au costé AL.

DIvisez les côtez AL, IM, chacun en deux également, aux points OP.

Menez OP & la coupez en trois parties égales, P, S, R, O.

Tirez par les points S, R, les paralleles demandées XZ, VY.



Supposé la ligne NOG parallele à VY. Les parallelogrammes AX, ZV, YN, sont égaux (par la 41 du 2.) Le triangle GIO est égal au triangle MNO (par la 39 du 2.) ainsi mettant l'un pour l'autre, le trapeze IYVM, est égal au parallelogramme NVYG.

PROP. XXVIII.

Diviser le quadrilatere A B C D en deux parties égales, par une ligne parallele au costé B D.

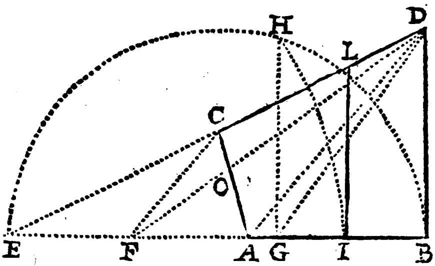
CONtinuez les côtez A B, C D, jusqu'en E.

Réduisez le quadrilatere proposé en triangle B D F (*par la 7 du 4.*)

Coupez la base B F en deux également en G.

Coupez E I, moyenne proportionnelle entre E G, E B (*par la 52 du 3.*)

Menez I L parallele à B D, elle coupera le quadrilatere proposé en deux également.



Les triangles A D F, A D C sont égaux; desquels si on retranche le commun A D O, les triangles D O C, A F O restent égaux : & joignant à ces triangles égaux le quadrilatere C E F O; le triangle A C E, est égal au triangle D E F (par la 4 du 2.)

Les lignes E G, E I, E B, sont proportionnelles; & les triangles E G D, E B D, sont de hauteur égale : donc le triangle I L E qui est semblable au triangle B E D (suivant la 57 du 2) est égal au triangle D E G (par la 67 du 2.)

Or ôtant de ces triangles égaux E G D, E I L; les égaux, sçavoir D E F, du triangle E G D; & A C E du triangle E I L: reste A C L I, égal à D F G, moitié du triangle B D F; lequel est fait égal au quadrilatere B C. Donc, &c.

PROP. XXIX.

Partager le quadrilatere AC en deux également, par une ligne qui soit parallele au costé BC.

REduisez le quadrilatere proposé en triangle ADF.

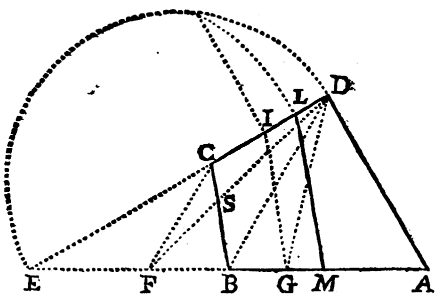
Divisez AF en deux parties égales au point G, & menez DG.

Prolongez les côtez AB, DC, en E.

Menez GI parallele à BC.

Coupez EL, moyenne proportionnelle entre EI, ED (*par la 52 du 3.*)

Menez la demandée LM parallele à BC.



Les triangles DEG, IEG, eu égard à leurs bases DE, EI; sont de même hauteur. Le triangle ELM est semblable à GEI: donc il est égal à DEG (par la 67 du 2.)

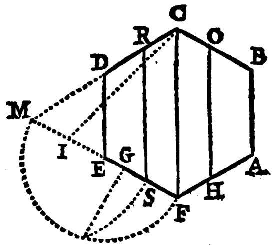
Le triangle BDF est fait égal au triangle BDC; donc SCD, BFS sont égaux: ausquels le quadrilatere CEFS estant joint, DEF est égal à BCE: Et retranchant DEF, de DEG; & BCE de ELM; reste BCLM égal au triangle DFG.

Le triangle AFD est fait égal au quadrilatere AC; DFG est moitié d'AFD: Donc BCLM qui est égal à DFG, est moitié du quadrilatere AC.

PROP. XXX.

Partager l'Exagone regulier A D en quatre parties égales par des lignes paralleles à la diagonale C F.

DIvisez les trapezes ABCF, CDEF, chacun en deux parties égales (*par la* 28.)

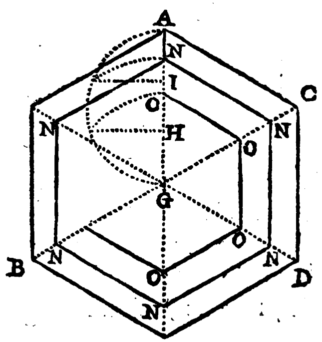


PROP. XXXI.

Partager l'Exagone A B D, en trois parties égales qui soient concentriques.

DU centre G, menez des rayons à tous les angles de l'exagone.

Coupez un de ces rayons, par exemple AG, en trois parties égales AIHG.

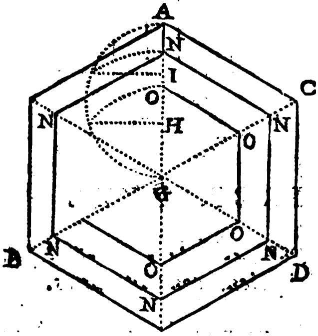


Coupez N G, moyenne proportionnelle entre G A, & G I.

Coupez aussi G O, moyenne proportionnelle entre G A & G H (*par la 52 du 3.*)

Menez de rayon en rayon, les paralleles N N N, O O O, qui feront le partage demandé.

Les paralleles N N, O O, divisent le triangle A G C; en trois parties égales (par la 25 :) & les autres triangles sont divisez de même (suivant la 51 du 2.) Donc (par la 4 du 2.) l'Exagone est partagé en trois parties égales.



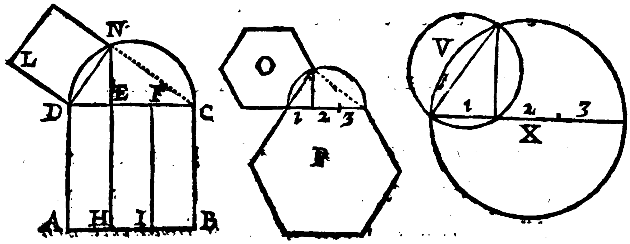
PROP. XXXII.

Du quarré AC, en faire trois qui soient égaux entr'eux.

Divisez C D en trois parties égales D E F C.
Décrivez le demicercle D N C.

De la premiere division E, élevez la perpendiculaire E N; & le quarré de D N sera égal au rectangle A E (*par la 45 du 2;*) lequel rectangle faisant un tiers du quarré A C, trois quarrez comme L N, seront égaux pris ensemble au même quarré A C.

La même chose doit s'entendre de tous autres plans (*suivant la 71 du 2:*) ainsi l'Exagone O, vaut un tiers de l'Exagone P; & le cercle X est triple du cercle V.



PROP. XXXIII.

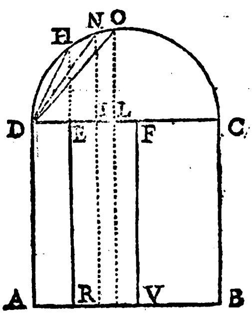
Du quarré A C, en faire trois autres qui soient entr'eux comme les rectangles A E, R F, V C.

DEcrivez le demicercle D O C.

Elevez la perpendiculaire E H, & D H sera le côté d'un quarré égal au premier rectangle (*suivant la precedente.*)

Coupez D I, égale à E F; & supposé la perpendiculaire I N, la ligne D N sera le côté d'un quarré égal au rectangle R F.

Coupez *de même*, D L égale à C F. Elevez la perpendiculaire L O, & D O sera le côté d'un quarré égal au troisiéme rectangle C V.



Chapitre Sixie'me.

Comme on peut assembler les Plans, les retrancher les uns des autres, & les aggrandir ou diminuer selon quelque quantité proposée.

PROPOSITION I.

Décrire un triangle égal aux trois plans A, B, C.

Menez FL parallele à la ligne DM.

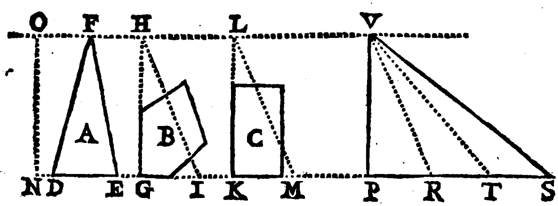
Faites le triangle GHI, égal au plan B (*par la 23 du 4.*)

Faites aussi le triangle KLM égal au plan C.

Tirez PS; & coupez PR, RT, TS, égales aux bases DE, GI, KM.

Elevez la perpendiculaire PV égale à la perpendiculaire NO.

Tirez SV, & le triangle PSV sera égal aux trois plans proposez.



PROP. II.

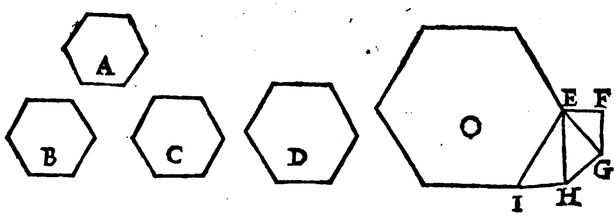
Assembler plusieurs plans rectilignes & semblables A, B, C, D; en un seul qui leur soit aussi semblable.

TIrez E F égale à la base du premier plan A.

Abaissez la perpendiculaire F G égale à la base du deuxiéme plan B, & la ligne E G sera le côté d'un semblable plan, égal aux deux A & B, (*suivant la 71 du 2.*)

Elevez sur E G, la perpendiculaire G H, égale à la base du troisiéme plan C, & E H, sera le côté d'un plan égal aux trois A, B, C.

Elevez enfin sur E H, la perpendiculaire H I, & E I sera le côté du Poligone ou plan demandé O.



PROP. III.

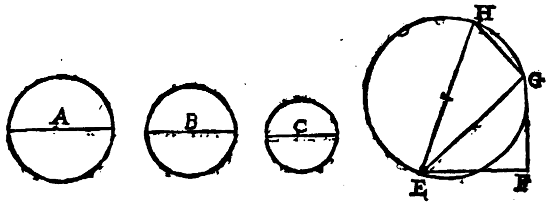
Décrire un cercle égal aux trois cercles A, B, C.

TIrez la ligne E F, égale au diametre A.

Elevez la perpendiculaire F G, égale au diametre B, puis menez E G.

Élevez GH perpendiculaire ſur EG, & la coupez égale au diametre C.

Le cercle décrit ſur le diametre EH ſera égal aux trois propoſez (*ſuivant la precedente.*)



PROP. IV.

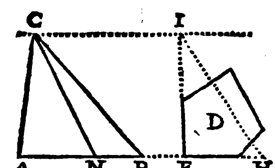
Retrancher du triangle ABC, une partie égale au Pentagone D.

MEnez CI parallele à la baſe AH.

Réduiſez le Pentagone D en triangle EHI (*par la 23 du 4.*)

Coupez AN égale à la baſe EH & menez CN.

Le triangle ACN ſera la partie retranchée égale au Pentagone D.



PROP. V.

Oſter du Plan AEB, une partie égale au triangle AFG.

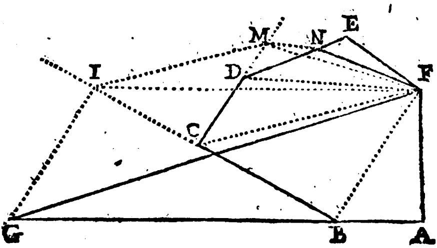
COntinuez le côté CB vers I, & CD vers M.

Menez BF, ſa parallele GI, la ligne FI, & le

& le triangle F B I sera égal au triangle F B G.

Tirez C F, sa parallele I M, la ligne F M, & le triangle F C M, sera égal au triangle F C I.

Menez enfin D F, sa parallele M N; & mettant le triangle F D N, pour son égal F D M; la ligne F N retranchera la partie demandée A N égale au triangle A F G.

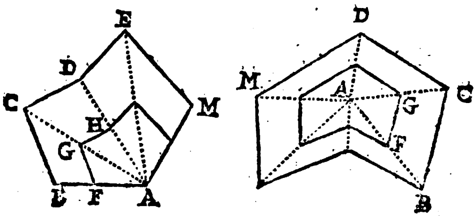


PROP. VI.

Réduire une figure en petit.

On veut décrire sur la base A F, une figure comme la proposée B M.

DU point A, tirez les rayons A E, A D, A C. Menez F G parallele à B C; G H parallele à C D, &c. (*Voyez la 57 du 2.*)



PROP. VII.

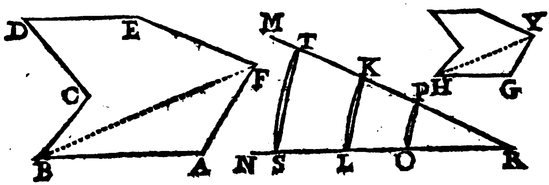
Décrire sur la base G H, une figure semblable à la figure A D.

FAites un triangle isocele L R K ayant les côtez R L, R K, égaux à la base A B ; & L K égal à la base G H.

Prolongez les côtez égaux R L, R K.

De l'angle R & de l'intervale A F, décrivez O P, & la corde O P sera la longueur du côté G Y.

Du point R & de l'intervale B F, décrivez S T ; & la corde S T, fera la longueur de la soustendante H Y : ainsi du reste.



Les triangles R O P, R L K, R S T, sont semblables (par la 58 du 2.) Ainsi, comme R L à L K ; ou leurs égales, A B à G H ; R O à O P ou leurs égales A F à G Y : Et comme R O à O P ou leurs égales, A F à G Y ; R S à S T, ou leurs égales B F à H Y. Donc les triangles A B F, G H Y sont semblables (suivant la 55 du 2.)

Il faut observer qu'encore que cette pratique soit particulierement pour reduire une figure de grand en petit sur une base proposée, neanmoins elle peut aussi servir à reduire une figure de petit en grand, pourvû que la base proposée n'aille pas au delà du double de son homologue.

PROP. VIII.

Décrire un Poligone ſemblable au Poligone AH, mais plus petit de moitié, c'eſt à dire, contenant la moitié moins d'aire.

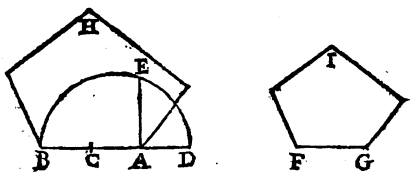
COupez AB en deux au point C.

Continuez AB, & coupez AD égale à AC.

Elevez AE moyenne proportionnelle entre AD & AB. *(par la 51 du 3.)*

Tirez la baſe FG égale à la moyenne AE.

Faites le Poligone demandé FGI *(par la precedente.)*



Les Poligones H, I, eſtant ſemblables, ils ſont en raiſon doublée de leurs côtez homologues AB, FG; c'eſt à dire, que le Poligone H eſt au Poligone I, comme la baſe AB à la troiſiéme proportionnelle AD (par la 69 du 2:) AB eſt double de AD, donc le Poligone H eſt double du poligone I; ou ce qui eſt même choſe, le Poligone I, eſt moitié du Poligone H.

PROP. IX.

Diminuer le quarré BD de la valeur du plan E.

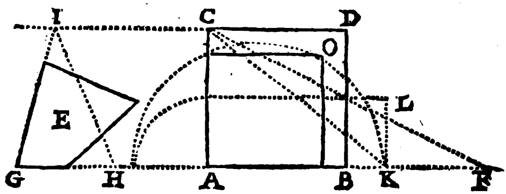
REduiſez le quarré propoſé en triangle ACF *(par la 2 du 4.)*

Réduisez aussi le plan E en triangle GHI de la hauteur du triangle ACF (*par la 23 du* 4.)

Coupez la base FK égale à la base GH, & tirez CK qui donnera le triangle CFK égal au plan E.

Du triangle restant ACK, faites le parallelogramme AL (*par la 6 du* 4.)

Du parallelogramme AL, faites le quarré AO (*par la 28 du* 4,) & le gnomon COB retranché du quarré AD sera égal au plan E.



PROP. X.

Retrancher du Pentagone irregulier ABD, un autre Pentagone semblable, la difference des deux restant égale au plan G.

Faites le triangle BCF, égal au Pentagone ABD (*par la 19 du* 4.)

Faites aussi le triangle FCK égal au plan G (*par la 23 du* 4.)

Coupez BO, moyenne proportionnelle entre BK & BF (*par la 52 du* 3.)

Menez ON, parallele à CF.

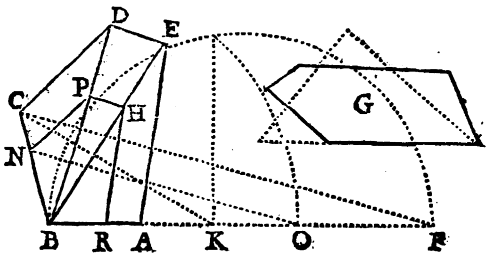
Décrivez sur BN un Pentagone NR semblable au proposé AC (*par la 6,*) & la difference des deux Pentagones sera égale au plan G.

Les bases BF, BO, BK sont proportionnelles: ainsi le triangle BNO semblable au triangle BCF (par la 57 du 2,) est égal au triangle BCK (par la 67 du 2.)

Les triangles semblables BNO, BCF sont en raison dou-

blée de leurs côtez homologues B N, B C; & les Pentagones semblables R N H, A C E, sont aussi en raison doublée des mêmes côtez B N, B C (suivant la 69 du 2.) Donc comme le triangle B C F est au triangle B N O, le Pentagone A C E est au Pentagone R N H; & par échange, le triangle B N O est au Pentagone R N H, comme le triangle B C F est au Pentagone A C E. Le triangle B C F est fait égal au Pentagone A C E, donc le triangle B N O est égal au Pentagone R N H.

Le triangle B N O est prouvé égal au triangle B C K; donc le pentagone R N H est égal au triangle B C K. Et puisque le triangle B C F est égal au Pentagone A C E, la difference des deux pentagones est égale au triangle K C F, lequel est fait égal au plan G.



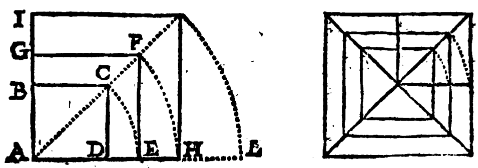
PROP. XI.

Réduire une figure en grand.

Doubler & quadrupler le quarré B D.

PRolongez A D, A C, A B; & du point A, décrivez l'arc C E.

Faites le quarré E G, il sera double du quarré D.

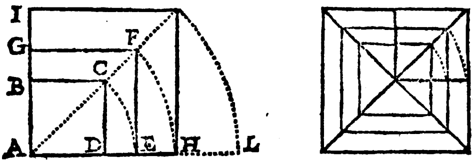


Du point A décrivez encore l'arc F H, le quarré H I sera double du quarré G E, & quadruple du proposé B D.

L'angle D, estant droit & les côtez A D, D C égaux; le quarré de A C ou d'A E son égal, c'est à dire E G; est double du quarré B D (par la 46 du 2.)

Par la même raison, le quarré H I est double du quarré E G, & par consequent quadruple du quarré B D.

Que si on faisoit un quarré sur la base A L, il seroit double du quarré H I, quadruple du quarré G E, & octuple du quarré B D.



PROP. XII.

Doubler, tripler & quadrupler le Plan B C.

PRolongez A B vers M, & tirez les rayons A D N, A C E.

Abaissez la perpendiculaire B R égale à A B.

Du point A, décrivez l'arc R H.

Faites sur A H, le pentagone H K, semblable au proposé (*par la 6.*)

Tirez R V parallele à B G, & coupez R S égale à B H.

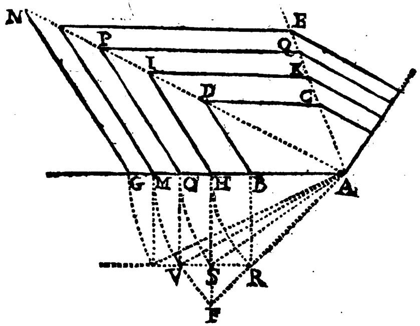
Du point A, décrivez l'arc S O.

Faites sur A O, le pentagone O Q, &c.

Les lignes A B, B R sont égales, & font un angle droit. Donc le pentagone fait sur A R ou A H son égale, est double du pentagone B C (suivant la 71 du 2.)

La ligne H S est égale à la base A B, & A H est la base d'un pentagone double: A S ou son égale A O est la base d'un *pentagone égal aux deux pentagones B C, H K, (par la 71 du 2;) Donc le pentagone O Q, est triple du proposé B C.*

Par la même raison, le pentagone M E est quadruple, & celuy qui sera fait sur la base A G sera quintuple.



PROP. XIII.

Multiplier le cercle B C D autant qu'on voudra.

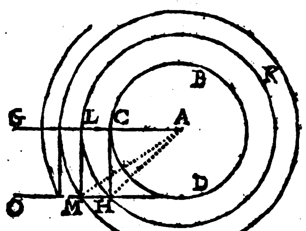
Continuez le rayon A C hors le cercle.

Abaissez la perpendiculaire C H, égale à A C.

Du centre A, décrivez le cercle H L K, il sera double du donné B C D (*par la precedente.*)

Menez H O parallele à C G, puis coupez H M égale à C L.

Du centre A, décrivez le cercle M, il sera triple du proposé, & le suivant sera quadruple.



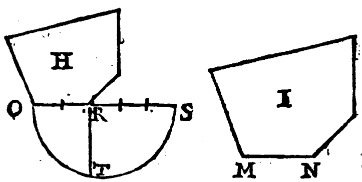
PROP. XIV.

Décrire un Poligone qui soit au Poligone H, en raison de 3 à 2.

COupez la base OR en deux parties égales, & en donnez trois à RS.

Trouvez RT, moyenne proportionnelle entre OR, & RS.

Tirez MN égale à RT, elle sera la base du Poligone demandé (*Voyez la* 8.)



PROP. XV.

Décrire sur la base EF, une figure semblable à la figure AC.

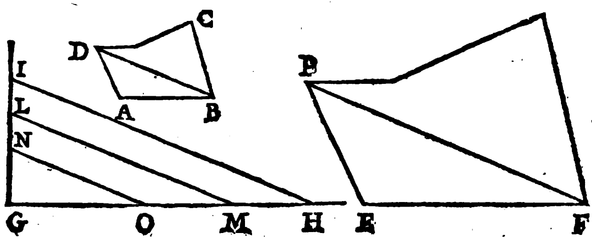
FAites comme il vous plaira l'angle IGH.

Coupez GL égale à la base AB, GM égale à la base EF, puis tirez LM.

Coupez GN égale à AD, menez NO parallele à LM, & GO sera la longueur du côté EP.

Ayant aussi coupé GI égale à BD, & mené la parallele IH; GH sera la longueur de la soustendante FP. Ainsi du reste.

Les lignes IH, LM, NO estant paralleles; GH est coupée en O, M, comme GI est coupée en NL: ainsi les lignes GN, GL, GI; qui sont coupées égales aux trois côtez du triangle ABD, sont entr'elles comme les lignes GO, GM, *GH ; ausquelles les côtez du triangle EFP sont coupez égaux. Donc le triangle EFP a ses côtez proportionnels à ceux du triangle ADB : & par consequent les deux triangles EFP, ABD sont semblables.*



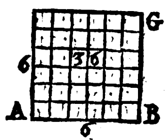
CHAPITRE SEPTIE'ME.

Du Toisé des Plans.

Dans ce Chapitre, l'on enseigne à mesurer les Plans; & la mesure qu'on y employe, est la Toise.

La Toise a six pieds de Roy de longueur, le Pied de Roy 12 pouces, & le pouce 12 lignes.

Lorsque la toise est multipliée par elle même, elle produit une toise quarrée.



On voit que le quarré AG qui contient 36 petites superficies quarrées, est le produit de la ligne AB multipliée par elle-même; ou par son égale BG; c'est à dire 6 par 6: & que si AB estoit de 12 parties égales, le quarré AG, comprendroit 144 petits quarrez égaux qui seroient le produit de 12, multipliez par 12. Ainsi

La toise quarrée a 36 pieds quarrez; le pied quarré 144 pouces quarrez, & le pouce quarré, 144 lignes quarrées.

Les grands terrains se mesurent par Perches & par Arpents; & alors cette partie de la Geometrie est appellée Arpentage.

La Perche est plus ou moins grande selon les lieux. Dans la Prevosté de Paris elle est de trois toises, & dix perches sont l'arpent.

La perche quarrée contient 9 toises quarrées, & l'arpent quarré, 100 perches quarrées.

OBSERVATIONS.

Des toises multipliées par des toises, produisent des toises quarrées.

Des pieds multipliez par des pieds, produisent des pieds quarrez : & la même chose doit s'entendre des pouces & des lignes.

Des toises multipliées par des pieds, produisent des pieds courant sur toises : c'est à dire, des rectangles qui ont une toise de longueur & un pied de largeur.

Des toises multipliées par des pouces, produisent des pouces courant sur toises, c'est à dire, des rectangles d'une toise de longueur & d'un pouce de largeur. Comme des toises multipliées par des lignes produisent des rectangles d'une toise de longueur & d'une ligne de largeur.

Des pieds multipliez par des pouces, produisent des pouces sur pieds : c'est à dire, des rectangles d'un pied de longueur, & d'un pouce de largeur.

Des pieds multipliez par des lignes, produisent des lignes sur pieds, qui sont des rectangles d'un pied de longueur & d'une ligne de largeur.

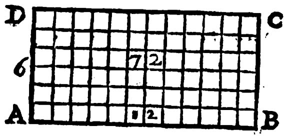
Des pouces multipliez par des lignes, produisent des lignes sur pouces, qui sont des rectangles d'un pouce de longueur, & d'une ligne de largeur.

Six pieds sur toise font une toise quarrée.
Douze pouces sur toise font un pied sur toise.
Douze lignes sur toise font un pouce sur toise.
Douze pouces sur pied font un pied quarré.
Douze lignes sur pied font un pouce sur pied.
Douze lignes sur pouce font un pouce quarré.
Six pieds quarrez font un pied sur toise.
Douces pouces quarrez font un pouce sur pied.
Douze lignes quarrées font une ligne sur pouce.

PROPOSITION I.

Mesurer l'aire du rectangle A C.

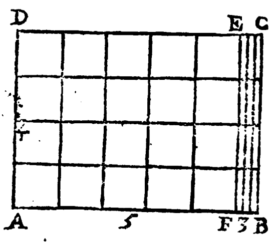
TOisez la longueur A B & la largeur A D, & supposé que l'une se trouve estre de 12 toises & l'autre de 6. Multipliez 12 par 6, le produit 72 toises quarrées, sera l'aire du rectangle.



$$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \\ \hline 72 \end{array}$$

Si A B est trouvée valoir 5 toises, 3 pieds; & B C 4 toises.

Multipliez les toises par les toises, 4 par 5; puis les 4 toises par les 3 pieds: & vous aurez de produit 20 toises quarrées, & 12 pieds sur toises qui feront encore 2 toises quarrées. Ainsi le rectangle A C, sera de 22 toises quarrées.



toises.	pieds.
5	3
4	0
20	12
toises quarrées.	pieds sur toises.

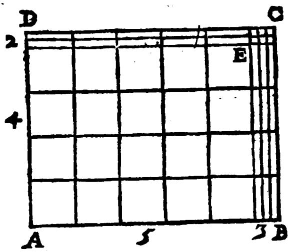
Mais si A B estoit de 5 toises, 3 pieds; & B C de 4 toises, 2 pieds: il faudroit multiplier les 5 toises par les 4, qui produiroient 20 toises quarrées.

Multiplier les 5 toises, par les 2 pieds; comme aussi les 4 toises, par les 3 pieds; qui produiroient 22 pieds sur toises.

Multiplier les pieds par les pieds, 2 par 3; qui produiroient encore 6 pieds quarrez; c'est à dire, un pied sur toise : lequel estant joint aux 22, feroit 23.

De ces 23, en tirer 18; c'est à dire, trois toises quarrées pour les joindre aux autres 20: & le rectangle A C, se trouveroit contenir 23 toises quarrées, & 5 pieds sur toises; ou 30 pieds quarrez.

La division de ces plans rectangles, sert de demonstration : par exemple on voit icy les 20 toises quarrées dans le rectangle A E: Les 22 pieds sur toises, dans les rectangles D E, B E : & les 6 pieds quarrez, dans le rectangle C E.



toises.	5	3.	pieds.
	4	2.	
toises quarrées.	20	10. 12.	pieds courants sur toises.
		6	pieds quarrez.
toises quarrées.	23	5	pieds sur toises.

Que si enfin le rectangle A R avoit les côtez O A, A K chacun de 2 toises, 2 pieds & 3 pouces; il faudroit multiplier les deux toises A D par les deux toises A C, qui produiroient 4 toises quarrées pour le quarré A B.

Multiplier les 2 toises A D par les 2 pieds C F, de même que les 2 toises A C par les 2 pieds D H; qui produiroient 8 pieds sur toises: c'est à dire une toise quarrée & 2 pieds sur-toises, pour les deux rectangles B F, B H.

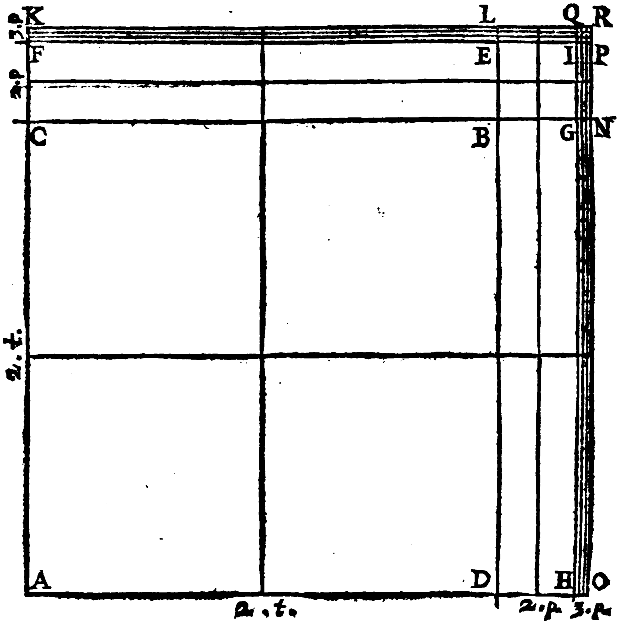
Multiplier les deux pieds D H, par les deux pieds C F; qui produiroient quatre pieds quarrez pour le contenu du rectangle E G.

Multiplier les deux toises A D, par les 3 pouces F K; de même que les deux toises A C par les 3 pouces H O, qui produiroient 12 pouces sur toises : c'est à dire, un pied sur toise, pour les deux rectangles E K, G O.

Multiplier les deux pieds D H par les 3 pouces F K, & les deux pieds C F, par les trois pouces H O; qui produiroient 12 pouces courant sur pieds : c'est à dire, un pied quarré pour le contenu des deux rectangles I L, I N.

Multiplier enfin, les 3 pouces H O, par les 3 pouces F K; qui produiroient 9 pouces quarrez pour le contenu du petit quarré I R. Et l'addition de tous ces produits estant faite, on trouveroit que le quarré A R contiendroit 5 toises, 23 pieds, & 9 pouces quarrez.

A D 2 toises, D H 2 pieds, H O 3 pouces.
A C 2 toises, C F 2 pieds, F K 3 pouces.

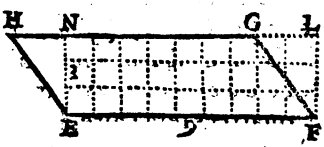


Pour éviter toutes ces differentes multiplications de toises par pieds, & par pouces, qui effectivement sont fort embarassantes : on pourroit réduire les 2 toises A D & les 2 pieds D H en pouces ; tout le côté A O se trouveroit avoir 171 pouces : & A K luy estant égal, il n'y auroit qu'à multiplier 171 par 171 ; le produit seroit 29241 pouces quarrez : desquels ayant tiré les pieds, & des pieds les toises ; on trouveroit comme cy-dessus, 5 toises, 23 pieds, & 9 pouces quarrez, pour le contenu du rectangle A R.

PROP. II.

Trouver l'aire du Parallelogramme E F G H.

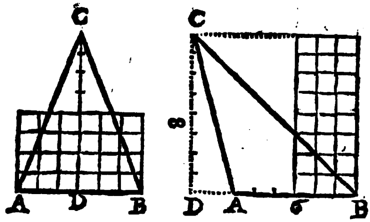
Multipliez la base E F, par la perpendiculaire E N ; 9 par 3, & le produit 27 qui sera l'aire du parallelogramme E F L N, *(suivant la premiere)* sera aussi l'aire du parallelogramme proposé, *(suivant la 40 du 2.)*



PROP. III.

Trouver l'aire du triangle A B C.

Multipliez la base A B par la moitié de la perpendiculaire C D ; c'est à dire, 6 par 4 : ou la perpendiculaire par la moitié de la base, 8 par 3; & le produit 24 sera l'aire du triangle (*suivant la 3 & 6 du 4.*)



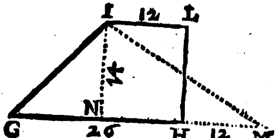
PROP. IV.

Trouver l'aire du quadrilatere G L, dont les côtez G H, I L sont paralleles.

MEsurez les côtez paralleles I L, G H, la perpendiculaire N I; & suppose qu'I L se trouve estre de 12 toises, G H de 26, N I de 14.

Joignez les 12 toises du côté I L, aux 26 de la base G H, comme si vous aviez à réduire le quadrilatere en triangle G I M; (*suivant la 2 du 4.*)

Multipliez la base G M, par la moitié de la perpendiculaire N I; c'est à dire 38 par 7; & le produit 266 toises quarrées sera l'aire du triangle I G M (*suivant la 3.*) & *par consequent* du quadrilatere proposé qui luy est égal.



PROP.

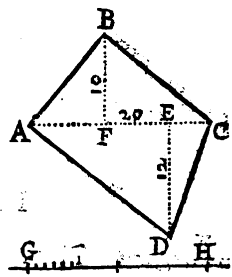
PROP. V.

Trouver l'aire du quadrilatere ABCD.

MEſurez la diagonale AC, les perpendiculaires DE, BF, & ſuppoſé que ces lignes ſe trouvent être, la première de 20 toiſes, la deuxiéme de 12, & la troiſiéme de 10.

Multipliez AC par la moitié de la perpendiculaire DE, le produit 120 ſera l'aire du triangle ACD.

Multipliez auſſi AC par la moitié de BF, le produit cent ſera l'aire du triangle ABC (*ſuivant la 3.*)



Additionnez ces deux produits, & leur ſomme 220 toiſes quarrées ſera l'aire du quadrilatere propoſé.

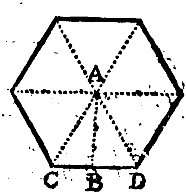
On trouvera les mêmes 220 toiſes en multipliant la ſomme des deux perpendiculaires BF, DE, qui eſt 22, par 10, moitié de la ligne AC.

PROP. VI.

Trouver l'aire d'un Poligone regulier.

MUltipliez la perpendiculaire AB par la moitié de la baſe CD, & vous aurez l'aire du triangle ACD.

Multipliez l'aire de ce triangle par le nombre des triangles du Poligone, & le produit ſera le requis.



Autrement. Multipliez les ſix côtez du Poligone par la moitié de la perpendiculaire AB; ou toute la perpendiculaire AB par la moitié des côtez (*suivant la 17 du 4.*)

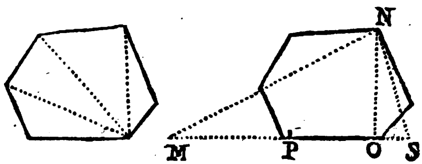
PROP. VII.

Trouver l'aire d'un Poligone irregulier.

DIvisez le Poligone par triangles.

Mesurez chaque triangle (*par la 3,*) & faites une addition du tout.

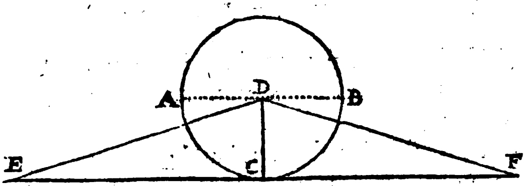
Autrement. Réduisez le Poligone en triangle NMS (*par la 18 ou 19 du 4,*) puis multipliez la perpendiculaire NO par PS, moitié de la base MS.



PROP. VIII.

Trouver l'aire d'un cercle.

MUltipliez la demicirconference ACB, par le rayon CD; le produit sera l'aire du cercle.



Si le cercle ABC estoit réduit en triangle DEF (par la 43 du 4;) la base EF, seroit égale à la circonference du cercle; & CF moitié de EF, le seroit à la demicirconference ACB; ainsi, DC multipliée par CF donneroit le même produit qu'elle donneroit estant multipliée par la demicirconference: le pro-

duit de C D multiplié par C F seroit l'aire du triangle (suivant la 3;) Donc le produit de C D multipliée par la demicirconference est l'aire du cercle, autrement le cercle & le triangle ne seroient pas égaux.

PROP. IX.

La valeur du diametre d'un cercle estant donnée; trouver la valeur de la circonference.

ON remarque que le diametre est à la circonference de son cercle à peu prés comme 7 à 22 : Ainsi, supposé que le diametre proposé A B soit de 28 pouces ; vous trouverez la valeur de la circonference demandée par une regle de proportion en disant :

Si 7 donnent 22, combien 28, le produit 88 sera la valeur requise.

PROP. X.

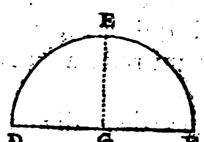
Mesurer le demicercle D E F.

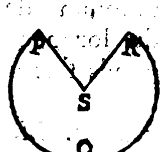
MUltipliez l'arc D E, moitié de la demicirconference D E F par le rayon D G.

PROP. XI.

Trouver l'aire du secteur P O R.

MUltipliez le rayon P S, par O P, moitié de l'arc P O R. Ou bien multipliez tout l'arc P O R par la moitié du rayon P S.





PROP. XII.

Trouver l'aire d'un grand ſegment de cercle A B C.

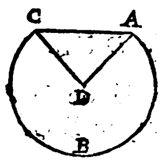
CHerchez l'aire du ſecteur A B C D (*par la precedente*,) puis l'aire du triangle A B C (*par la* 3.)

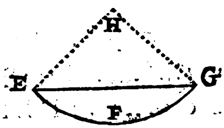
PROP. XIII.

Trouver l'aire du petit ſegment E F G.

TIrez au centre de l'arc, les rayons E H, G H. Cherchez l'aire du ſecteur H E F G (*par la* 11.)

Oſtez de ce ſecteur, l'aire du triangle E G H, & le reſte ſera l'aire du ſegment propoſé.





PROP. XIV.

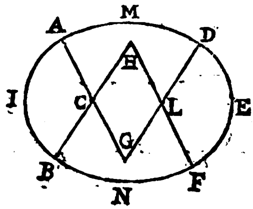
Trouver l'aire de l'ovale A F.

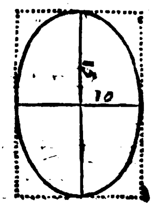
MEſurez les ſecteurs A C B I, D E F L, B H F N, A G D M (*par la* 11.)

De la ſomme de ces quatre ſecteurs, retranchez l'aire du lozange C G L H qui eſt commun aux deux grands ſecteurs, & ce qui reſtera ſera l'aire de l'ovale.

Autrement. Multipliez les deux diametres l'un par l'autre, 15 par 10, le produit ſera 150.

Multipliez cette somme 150 par 11, & divisez le produit 1650 par 14, le quotien $117 \frac{6}{7}$ sera à peu prés l'aire de l'ovale.

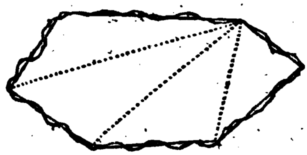




PROP. XV.

Trouver l'aire d'un terrain dont le contour est ondoyant.

Il faut rectifier les ondoyments de ce terrain par plusieurs lignes droites que l'on conduira avec cette discretion, qu'elles laissent d'un côté le plus exactement qu'il sera possible la valeur du terrain qu'elles retrancheront de l'autre, puis trouver le requis par la 7.



CHAPITRE HUITIE'ME.

TRIGONOMETRIE ou Doctrine des Triangles rectilignes par le calcul.

LEs Propositions de ce Chapitre sont de trouver par le calcul, quelque terme dans un Triangle; comme un costé ou un angle qu'on ne peut, ou du moins qu'on suppose ne pouvoir estre mesuré actuellement.

Pour trouver dans un triangle, la valeur d'un angle ou d'un costé par le calcul, il faut avoir trois autres termes connus dans le même triangle, comme

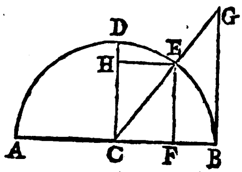
Deux costez & un angle, ou
Deux angles & un costé, ou
Trois costez.

Sçachez de plus, que les Angles n'entrent en aucun calcul analogique par le nombre de leurs degrez; mais par ces nombres ou ces lignes qu'on appelle Sinus, Tangentes & Secantes: & c'est de ces lignes qu'il faut d'abord vous donner une connoissance, par une figure Geometrique.

Soit le demicercle A B D, le rayon C D perpendiculaire sur C B, le point E pris à volonté dans la circonference, la perpendiculaire E F, la parallele

EH, la ligne CG rencontrant la perpendiculaire BG : On appelle

La ligne
- CD ou CB, Sinus total, ou Sinus de l'angle droit BCD.
- EF Sinus droit des angles BCE, ECA.
- EH, Sinus de complement. *Son arc DE avec l'arc du Sinus droit BE, fait le quart de cercle.*
- BG, Tangente de l'angle BCE.
- CG, Secante du même angle BCE.



Que si l'on suppose autant de Sinus droits EF, & autant de Tangentes & de Secantes qu'il y a de minutes dans le quart de cercle BD, il est évident que ce seront autant de lignes de differentes longueurs, qui seront d'autant plus courtes que le point E sera plus éloigné du Sinus total CD ; & que faisant valoir ce Sinus total 100000, *ou* 10000000 *de parties égales, les autres lignes seront toutes de valeur differentes, répondant aux differentes ouvertures des angles dont elles seront ou les Sinus, ou les Tangentes, ou les Secantes : & c'est de ces diverses Sinus, Tangentes & Secantes qu'on a composé des Tables, dont nous allons vous expliquer l'ordre pour venir ensuite à leur usage.*

Il y a ordinairement deux Tables pour un degré, ainsi chaque Table est de 30 minutes.

Une table a six colonnes, la premiere contient les Minutes avec les degrez marquez au haut ou au bas.

La seconde contient les Sinus qui répondent par ordre aux minutes.

La troisiéme contient les Tangentes ; & la quatriéme les Secantes.

Les deux autres colonnes sont composées de ces Sinus & Tangentes, qu'on appelle Logarithmes.

Ces Tables qui occupent chacune une page, sont accouplées de maniere que les Sinus, Tangentes & Secantes de l'une, sont les supplements des Sinus, Tangentes & Secantes de l'autre ; c'est à dire, que prenant un Sinus dans la Table de la main droite, celuy qui est vis à vis dans la Table de la main gauche, est son Sinus de supplement ; qu'au contraire, prenant un Sinus dans la Table de la main gauche, celuy de la droite, en sera le supplement ; de sorte que les angles des deux Sinus qui se regardent, valent ordinairement pris ensemble, un angle droit ; & la même chose doit s'entendre des Tangentes & des Secantes.

Toutes les Tables de la main gauche vont de degrez en degrez, depuis un jusques à quarante-cinq ; & celles qui sont à droite, continuent aussi de degrez en degrez, jusques à quatre-vingt-dix ; mais en retrogradant de la fin du livre vers le commencement : de maniere que la premiere & la derniere Table se trouvent à l'entrée du Livre vis à vis l'une de l'autre.

Tout cela estant expliqué il ne vous sera pas difficile de trouver dans ces Tables, le Sinus, la Tangente ou la Secante d'un angle proposé ; non plus que d'y trouver la valeur d'un angle par son Sinus, sa Tangente ou sa Secante. On demande par exemple, le Sinus de 30 degrez 15 minutes, il n'y a qu'à voir dans la Table de 30 degrez, à costé de 15 minutes se trouvera le Sinus demandé 50377. Et au contraire, parce que ce nombre 50377 se trouve dans la colonne des Sinus à costé de 15 minutes & dans la table de 30 degrez, vous concluez qu'il est le Sinus d'un an-

gle de 30 degrez 15 minutes, & ainſi des Tangentes & des Secantes.

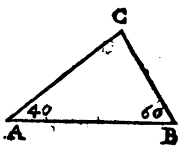
PROPOSITION I.

La valeur des deux angles A & B du triangle A B C eſtant connuë, trouver la valeur du troiſiéme.

QUe l'angle A ſoit de 40 degrez, & l'angle B de 60. Les deux joints enſemble feront la ſomme de 100.

Tous les trois angles A, B, C, en valent, pris enſemble, 180 (*par la 29 du 2.*)

Oſtez 100, de 180, reſtera 80 degrez pour l'angle C.



A B C	180
A B	100
C	80

Uſage des Sinus.

PROP. II.

La valeur des Angles A & B, & du coſté A C eſtant connuë trouver celle du coſté B C.

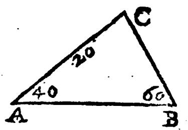
PRenez dans les Tables le Sinus de l'angle B, & celuy de l'angle A ; le premier ſera 86603 & le deuxiéme 64279 : faites enſuite une regle de proportion, diſant :

Si le Sinus de l'angle B, 86603, *donne* 20 *toiſes pour le coſté oppoſé A C, que donnera le Sinus de l'angle A.* 64279, *pour le coſté oppoſé B C.*

La regle faite, vous aurez pour le côté BC, 14 toises & plus, & les mêmes 14 toises se trouveront aussi par cette autre analogie.

Comme le Sinus de l'angle B —— 86603
au Sinus de l'angle A —— 64279
Ainsi le costé AC —— 20
au costé BC —— 14

Que si vous desirez venir à une plus grande precision, c'est à dire, si vous voulez avoir plus exactement la valeur du côté BC, sousdivisez les 20 toises du côté AC en pieds, & même en pouces & en lignes, s'il est necessaire; & au lieu de 20 toises, mettez 120 pieds, ou 1440 pouces, ou 17280 lignes que valent les 20 toises AC: & la regle faite, comme cy-dessus, le côté CB se trouvera valoir 14 toises, 5 pieds, 9 lignes, & encore quelque chose de plus.



Pour avoir la valeur du côté AB, il faudra chercher celle de l'angle C, qui se trouvera de 80 degrez (*par la* 1,) & faire ensuite cette analogie.

Comme le Sinus de l'angle B —— 86603
au Sinus de l'angle C —— 98481
Ainsi le costé AC —— 20
au costé demandé AB —— 22

PROP. III.

La valeur des costez BC, AC, & de l'angle A estant connuë, trouver celle de l'angle B.

CHerchez le Sinus de l'angle A, & l'ayant trouvé de 45399, faites la regle de proportion, en cette sorte.

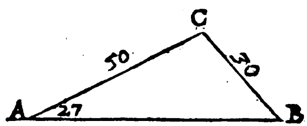
Si le costé BC de 30 toises, donne 45399, *pour le Sinus de l'angle A, que donnera AC de 50 toises pour le Sinus de l'angle B.*

La regle faite, vous aurez 75665 pour le Sinus demandé.

Cherchez ce Sinus dans les Tables, & vous trouverez qu'il est d'un angle de 49 degrez 10 minutes.

On peut faire aussi l'analogie suivante.

Comme le costé BC de 30, au costé AC de 50:
Ainsi le Sinus de l'angle A —— 45399
au Sinus de l'angle B —— 75665



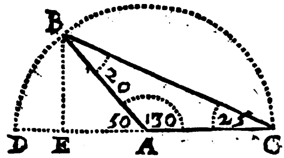
PROP. IV.

Trouver la valeur du costé BC opposé à l'angle A qui est obtus.

LE Sinus BE est commun aux deux angles BAC, BAD, d'où il s'ensuit qu'il peut estre pris indifferemment pour l'aigu BAD, de 50 degrez; comme pour l'obtus BAC de 130 : mais il faut observer qu'il ne peut estre trouvé dans les Tables que par la valeur de l'angle aigu, les degrez des Tables n'allant pas au delà de 90 : c'est pourquoy le Sinus 76604, que nous prenons icy pour l'angle obtus B A C, doit estre cherché par les 50 degrez de l'angle aigu B A D : cela connu, faites vostre analogie à l'ordinaire disant :

Si le Sinus de l'angle C, 42262 donne 20 pour le costé A B, que donnera le Sinus de l'angle B A D, 76604.

La Regle faite, le côté B C se trouvera valoir 36, $\frac{10648}{42231}$



Usage des Tangentes & Secantes.

PROP. V.

L'angle A estant droit, & l'angle B connu avec le costé d'entre-deux, donner la valeur de la perpendiculaire A C & de l'hypotenuse B C.

SUpposé l'arc A E, décrit du point B, la perpendiculaire A C sera Tangente, B C Secante, & la base A B Sinus total.

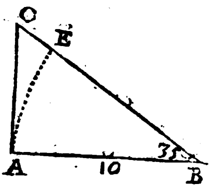
Cherchez dans les Tables, la Tangente & la Secante de l'angle B, vous trouverez 70021 pour l'une, & 122077 pour l'autre : puis faites les analogies suivantes, qui produiront la valeur des lignes A C, B C.

Premierement, *comme le Sinus total* — 100000
à la Tangente — 70021
De même, la base A B — 10
à la perpendiculaire A C — 7

2. *Comme le Sinus total* — 100000
à la Secante — 122077
Aussi la base A B — 10
à l'hypotenuse B C — 12

Autrement :

Comme le Sinus total 100000, *à la base A B*, 10: *ainsi la Tangente* 70021, *à la perpendiculaire A C*, 7. *Et la Secante* 122077, *à l'hypotenuse B C*, 12.



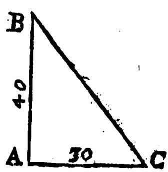
PROP. VI.

Les costez A B, A C composant un angle droit estant connus, trouver l'hypotenuse B C.

SUppofé le côté A B de 40 toises, & le costé A C de 30.

Multipliez A B par luy-même, c'est à dire 40 par 40, le produit 1600 sera son quarré.

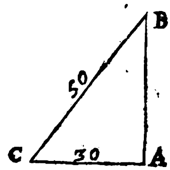
Multipliez aussi 30 par 30, & le produit 900, sera le quarré du costé A C (*suivant la* 1 *du* 7.)



Additionnez ces deux quarrez, & de leur somme 2500, tirez la racine quarrée, qui sera la valeur de l'hypotenuse B C (*par la* 45 *du* 2.)

PROP. VII.

L'hypotenuse B C estant connuë, avec la jambe A C trouver l'autre jambe A B qui fait l'angle droit B A C.



OStez du quarré de B C, le quarré d'A C, je veux dire ôtez 900 de 2500; restera 1600 dont la racine quarrée 40 sera la grandeur de la jambe A B.

PROP. VIII.

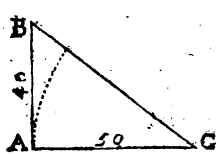
Les costez A B, A C composant l'angle droit A, estant connus, trouver les deux angles B & C.

SUpposé qu'A C soit Sinus total & A B tangente.

Comme la jambe A C, 50; *à la jambe A B,* 40:
Le Sinus total A C 100000, *à la Tangente A B* 80000.

Cherchez cette Tangente 80000, & l'ayant trouvée dans la Table de 38 degrez à costé de 40 minutes, concluez que l'angle C est de 38 degrez 40 minutes.

La valeur de l'angle B pourroit estre trouvée de la même sorte en posant A C pour Tangente, & A B pour Sinus total; mais elle vous sera connuë plus aisément par la premiere Prop.

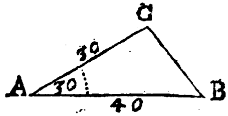


PROP. IX.

L'angle A, & les costez qui le composent estant connus, trouver les autres angles.

LEs trois angles d'un triangle, mis ensemble, valent 180 degrez; ainsi l'angle A de 30 degrez estant soustrait de 180, reste pour les angles B & C 150; dont la moitié 75 a pour Tangente 373205: cela connu faites l'analogie suivante.

Comme la somme des costez connus A B, A C, 70
à leur difference —— 10
ainsi la tangente de 75 degrez —— 373205
à une tangente demandée —— 53315



Cherchez dans les Tables cette Tangente 53315, & vous trouverez que son angle sera de 28 degrez 4 minutes.

Joignez ces 28 degrez 4 minutes, à 75 degrez moitié de la somme des angles inconnus, & vous aurez 103 degrez 4 minutes, pour l'angle C opposé au plus grand costé A B.

Ostez aussi ces 28 degrez 4 minutes, des mêmes 75 degrez, & le reste 46 degrez 56 minutes, sera la valeur de l'angle B.

PROP. X.

L'Angle B estant connu avec les costez qui le composent, trouver la perpendiculaire C E.

SUpposé la perpendiculaire A D, & le costé B C, continuez jusqu'en D; si on prend A B pour

Sinus total, B D sera Secante de l'angle B.

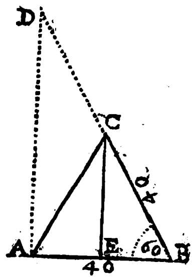
Cherchez dans les Tables la Secante de 60 degrez, elle se trouvera de 200000. *Or*

Comme le Sinus total A B de 100000, *à A B de* 40:

La Secante B D de 200000, *à B D de* 80 (par la 5)

Et comme B D de 80; *à B C de* 40:

ainsi A B de 40; *à B E de* 20.



Donc comme B C à C D, B E à E A (*par la* 52 *du* 2.)

Et A D estant perpendiculaire, E C l'est aussi (*par la* 57 *du* 2.)

Enfin ayant encore posé B E pour Sinus total, vous trouverez que

Comme le Sinus total B E — 100000
à la tangente E C — 173205
Ainsi la base B E — 20
à la perpendiculaire E C — $34\frac{641}{1000}$

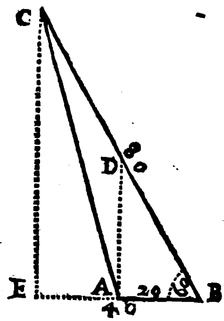
PROP. XI.

L'Angle B & les costez A B, B C estant connus, trouver la perpendiculaire C E.

Que la ligne A D soit perpendiculaire, & A B Sinus total; B D sera Secante de l'angle B. Cela estably faites

Comme

Comme AB Sinus total — 100000
à la Secante BD — 200000
Ainsi la base AB, 20; *à l'hypotenuse BD*, 40.



De plus,

Comme BD, 40; *à BC*, 80:
AB, 20; *à BE*, 40.

Et posant encore B E pour Sinus total

Comme BE Sinus total — 100000
à CE Tangente de l'angle B — 173205
Ainsi la base BE — 40
à CE qui est la perpendiculaire demandée — $69\frac{141}{500}$

PROP. XII.

Les trois costez du triangle ABC estant connus, trouver la valeur de l'angle C.

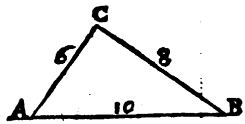
SUpposé qu'A B soit de 10 toises, A C de 6, & B C de 8. La difference des côtez A C, B C qui composent l'angle C, sera de 2.

Multipliez 10 par 10, le produit 100 sera le quarré du côté A B, opposé à l'angle C.

Ostez du quarré d'A B, le quarré de la difference des côtez A C, B C; c'est à dire, ôtez 4 de 100, restera 96, ausquels ajoûtez cinq nuls, qui feront 9600000.

Multipliez les côtez AC, BC l'un par l'autre, je veux dire 6 par 8, & le produit 48 estant doublé, donnera 96.

Divisez, enfin, les 9600000 par ces 96, viendra le Sinus total 100000; d'où vous conclurez que l'angle C est droit.



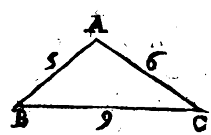
PROP. XIII.

Les trois costez du triangle ABC estant connus trouver la valeur de l'angle A qui est obtus.

LE quarré de la difference des côtez AB, AC, c'est à dire un; estant soustrait du quarré de BC, 81; reste 80, lesquels joints à cinq nuls, font 8000000.

Les côtez AB, AC multipliez l'un par l'autre, produisent 30, dont le double est 60.

Les 8000000 divisez par 60 donnent 133333, desquels l'unité retranché, c'est à dire, le Sinus de l'angle droit, reste 33333 Sinus d'un angle de 19 degrez 28 minutes; d'où nous connoissons que l'angle A vaut outre l'angle droit, 19 degrez 28 minutes, & que par consequent il est de 109 degrez 28 minutes.



PROP. XIV.

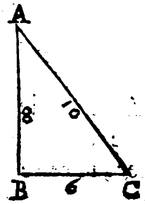
On demande la valeur de l'angle A qui est aigu.

LE quarré du côté BC opposé à l'angle A est 36. Le quarré de la difference des costez AB, AC est 4.

Quatre soustrait de 36, reste 32; & cinq nuls ajoûtez font 3200000.

Les côtez AB, AC multipliez l'un par l'autre, produisent 80, dont le double est 160.

Les 3200000 divisez par 160, donnent 20000, lesquels soustraits du Sinus total 100000, reste le Sinus 80000, lequel estant trouvé dans la Table de 53 degrez, son supplement 59995 qui est le Sinus vis à vis, est celuy de l'angle A, 36 degrez 52 minutes.

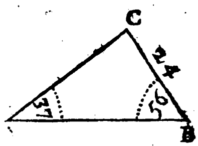


Usage des Logarithmes.

PROP. XV.

Les angles A, B, & le costé BC estant connus, trouver par les Logarithmes, la valeur du costé AC.

L'Usage des Sinus & Tangentes Logarithmes, differe de l'usage des autres Sinus & Tangentes; en ce que les analogies y sont resoluës seulement par additions & soustractions: & sans qu'on y pose jamais pour termes, aucune somme de toises, pieds ou pouces. C'est à dire que de même qu'on met un Sinus ou une Tangente Logarithme pour le nombre des degrez & minutes d'un angle; on met aussi un Logarithme pour le nombre des toises, pieds ou pouces qu'une ligne peut valoir.

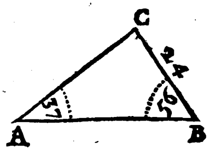


Les nombres & leurs Logarithmes sont par colomnes dans les Tables qui suivent celles des Sinus. On cherche dans les nombres celuy qui est donné pour la valeur d'une ligne, & à côté se trouve son Logarithme.

Ayant donc trouvé dans les Tables, les Sinus Logarithmes 977946, 991857, pour les angles A & B : & le Logarithme 138021 pour le côté C B de 24 toises, il faut faire la Regle de proportion suivante.

Si le Sinus Logarithme de l'angle A, 977946
donne le Logarithme du costé BC, 138021
que donnera le Sinus Logarithme de l'angle B, 991857.

Ajoûtez le deuxiéme terme de l'analogie au troisiéme, & de leur somme 1129878, ôtez le premier, le reste sera le Logarithme demandé, 151932.



Cherchez ce Logarithme dans les Tables des Logarithmes, & l'ayant trouvé à côté du nombre 33 ; dites que 33 est la valeur du côté A C.

On peut examiner par ces calculs certaines Propositions qui sont sans preuves, & qui semblent estre justes dans la pratique, telles que sont les Propositions 23, 24, & 25 du troisiéme Chapitre, que je n'ay avancé qu'à dessein d'en faire l'examen en cet endroit.

PROP. XVI.

Nous disons que l'arc D F coupé suivant la 23 Proposition du 3 Chapitre, est à peu prés la septiéme partie de la circonference du cercle, & on veut sçavoir en quoy consiste cet à peu prés.

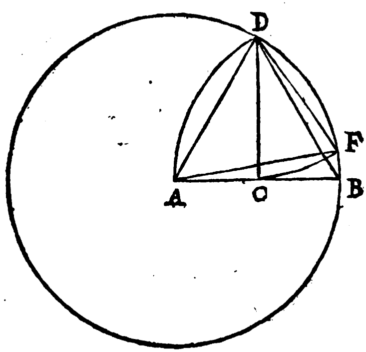
Tirez les droites A D, B D, le triangle A B D sera équilateral *(par la 12 du 3,)* & ses angles estant égaux, ils seront chacun de 60 degrez.

Posez B C pour Sinus total 100000, l'angle B qui est de 60 degrez donnera 200000 pour la Secante B D, & 173205 pour la Tangente C D.

Les droites A D, A F qui sont égales à la Secante B D, seront donc chacune de 200000, & D F que nous avons coupé égale à la Tangente C D, sera de 173205.

Les trois côtez du triangle A D F estant connus, cherchez la valeur de l'angle D A F (*par la 14*) elle se trouvera de 51 degrez 19 minutes.

L'angle au centre d'un Eptagone est de 51 degrez 25 minutes & quelques secondes (*par la 18 du 3.*) Donc l'arc D F est trop petit de 6 minutes & quelques secondes.



Examen de la Proposition 24 du 3 Chapitre.

PROP. XVII.

On dit que l'arc D H coupé suivant la 24 du 3, est à peu prés la neuviéme partie de son cercle, & nous voulons sçavoir s'il est plus grand ou plus petit, & de combien.

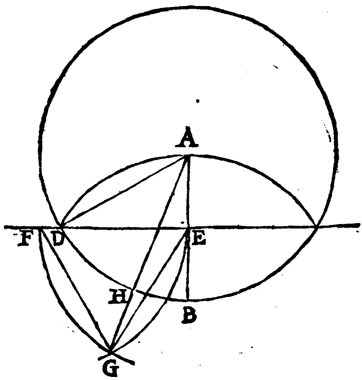
LE triangle E F G est équilateral, ainsi l'angle G E F est de 60 degrez, & l'angle droit A E F luy estant joint, l'angle GEA est de 150 degrez.

La ligne GE coupée égale au rayon AB est double de sa moitié AE, & supposant AE valoir un certain nombre de parties égales, par exemple 200, GE sera de 400.

Les deux côtez GE, AE estant connus, avec l'angle d'entre-deux AEG, l'angle GAE se trouvera valoir 20 degrez 6 minutes (*suivant la 9.*)

Ostez l'angle GAE de l'angle DAE; je veux dire, ôtez 20 degrez 6 minutes de 60 degrez, restera 39 degrez 54 minutes pour l'angle DAH.

L'angle du centre dans l'Eneagone est de 40 degrez; donc l'angle DAH, ou son arc DH est trop petit de 6 minutes.



Examen de la 25 Proposition du 3 Chapitre.

PROP. XVIII.

Supposé le segment de cercle AGB décrit sur la droite AB suivant la 25 du 3: On veut sçavoir la difference qu'il y a entre l'angle AFB & le vray angle, au centre d'un Eneagone regulier.

SUpposé les droites AD, BD, BE, AF: l'angle ABD est de 60 degrez, sa moitié DBE de

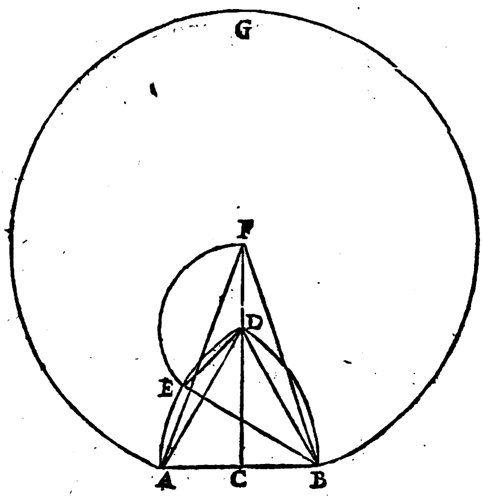
30; & 30 ôtez de 180, valeur des trois angles du triangle iſocele DBE; reſte 150, ou plûtôt 75 pour chacun des angles EDB, DEB.

Que ſi vous ſuppoſez BD valoir 100000 parties égales, la droite DE ou ſon égale DF ſera de 51763 (*par la 2.*)

De plus, l'angle BDC eſt de 30 degrez, & ſon ſupplement BDF de 150 (*par la* 18 *du* 2.)

La valeur de DB, de DF, & de l'angle BDF eſtant connuë, l'angle BFC ſe trouvera de 19 degrez 52 minutes (*par la* 9,) & le double AFB de 39 degrez 44 minutes.

L'angle du centre dans l'Eneagone eſt de 40 degrez; donc l'angle AFB eſt trop petit de 16 minutes.



CHAPITRE NEUVIÉME.

Des Corps ou Solides.

DEFINITION I.

LE Corps eſt une quantité étenduë en longueur, largeur, & profondeur.

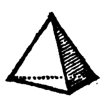
2.

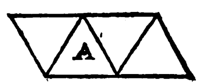
Le Corps eſt regulier quand une moitié eſt ſemblable & égale à l'autre : & il eſt regulier en tous ſens, lors que toutes ſes parties ſont égales & ſemblables.

On compte ſeulement ſix Corps parfaitement reguliers ; le Tetraëdre, l'Exaëdre, l'Octaëdre, le Dodecaëdre, l'Icoſaëdre & la Sphere, dans laquelle les cinq premiers ſont inſcriptibles.

3.

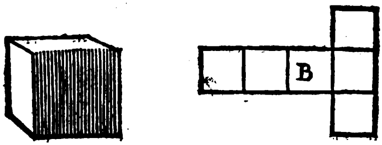
Le Tetraëdre eſt terminé par quatre triangles équilateraux de même grandeur.





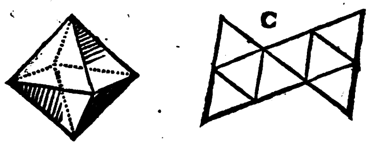
4.

L'Exaëdre ordinairement nommé Cube, ou Dé, eſt borné de ſix plans ou ſurfaces quarrées & égales.



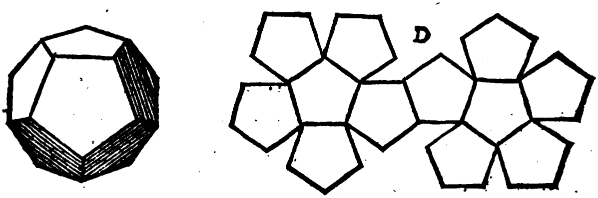
5.

L'Octaëdre eſt contenu ſous huit triangles égaux & équilateraux.



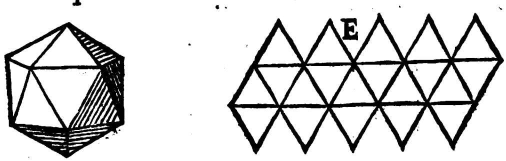
6.

Le Dodecaëdre eſt compris ſous douze Pentagones reguliers, & égaux.



7.

L'Icoſaëdre eſt de vingt ſurfaces triangulaires, égales & équilaterales.



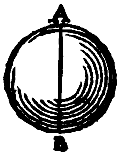
Les figures A, B, C, D, E, montrent comme on peut couper de la carte pour faire en relief ces cinq premiers corps.

8.

La Sphere eſt compriſe ſous une ſeule ſurface vers laquelle toutes les lignes tirées du centre ſont égales.

9.

Le diametre ſur lequel la Sphere tourne eſt nommé Axe ou Eſſieu.



Les autres Corps que les Geometres conſiderent particulierement, ſont le Parallelipipede, le Priſme, la Piramide, & le Spheroïde.

10.

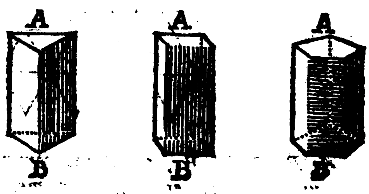
Le Parallelipipede eſt un Corps compris ſous ſix parallelogrammes, dont les oppoſez ſont paralleles & égaux.

11.

Le Priſme eſt un Corps regulierement & également compris entre deux ſurfaces ſemblables, paralleles & égales.

12.

Le Priſme eſt dit triangulaire, quadrangulaire, pentagonal, &c. ſuivant la figure des Plans A & B, entre leſquels il eſt compris.



13.

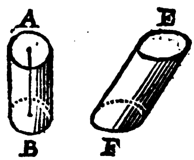
Le Priſme eſt appellé Cylindre lors qu'il eſt rond en maniere de colonne.

14.

Si un cylindre poſé ſur un plan de niveau ſe trouve à plomb comme A B, il eſt compris entre deux cercles : mais s'il ſe trouve incliné comme E F, il eſt compris entre deux Ovales.

15.

L'Axe du Cylindre eſt une ligne qui paſſe par les centres des plans oppoſez A, B, & ſur laquelle ce corps eſt ſuppoſé tourner, ou pouvoir tourner.

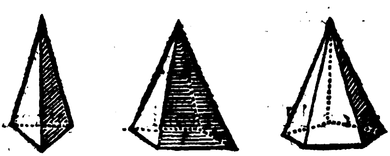


16.

La Pyramide eſt un Corps dont les parties en s'élevant ſur une baſe, vont ſe réunir à un point qu'on nomme ſommet.

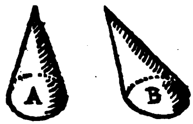
17.

La Pyramide prend auſſi une dénomination de la figure de ſa baſe : on la nomme triangulaire, quadrangulaire, ou pentagonale ; ſi ſa baſe eſt un triangle, un quarré, ou un pentagone.



18.

Le Cone est une Pyramide qui a un cercle pour base lors qu'il est droit sur son plan, ou une Elipse, s'il est incliné comme le Cone B.

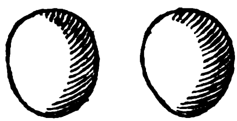


19.

Le Corps Spheroïde, est une Sphere alongée ou oblongue.

20.

Le Spheroïde Eliptique est de la figure d'un œuf.



Tous autres Corps sont composez des precedens.

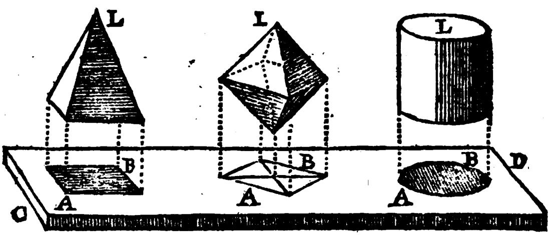
21.

Le Devis Geometrique ou Perspectif d'un Corps, est une description qu'on fait de toutes ses dimentions & mesures; ou par le moyen de deux desseins, le premier nommé Plan ou Ichnographie; & le deuxiéme Elevation ou Ortographie; ou par un seul appellé Senographie.

22.

Le Plan ou l'Ichnographie, est une figure plane qui repreſente les dimentions horiſontales du Corps.

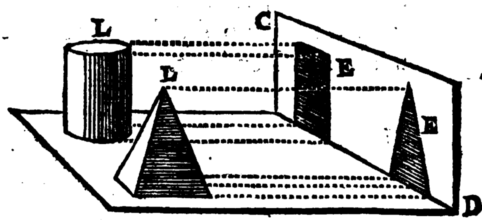
Comme une figure A B, qui ſeroit produite ſur le pavé C D, par les à plombs abaiſſées de toutes les parties du Corps L.



23.

L'Elevation ou l'Ortographie eſt la figure plane qui repreſente les dimentions verticales, je veux dire, les hauteurs du Corps.

Comme ſeroit une figure E, décrite par des paralleles horiſontales conduites de toutes les parties du Corps L, juſqu'au plan ou ſurface verticale C D.

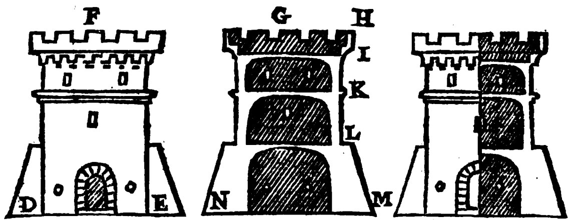


24.

Une Elevation eſt donnée quelquefois en deux deſſeins, l'un appellé Face, & l'autre Coupe. Les parties anterieures du Corps ſe voyent dans le premier, & les interieures dans le deuxiéme.

25.

On appelle Profil, le contour ou les extrémitez d'une Coupe.

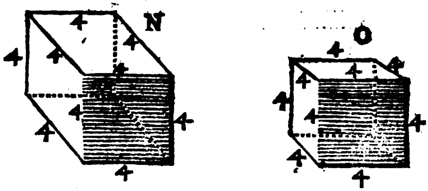


DEF, Face. GNM, Coupe. HIKLM, Profil.

26.

La Senographie est un dessein qui represente le Corps entier avec toutes ses dimentions, hauteurs, largeurs, & profondeurs.

Ce dessein est Geometrique, si toutes ses lignes peuvent estre mesurées avec une échelle commune: & Perspectif si elles ne peuvent l'estre que par des échelles de Perspective, le Corps estant representé tel qu'il est veu d'un coup d'œil, ou comme il seroit apperçeu d'un seul endroit.



N. Cube Geometrique.

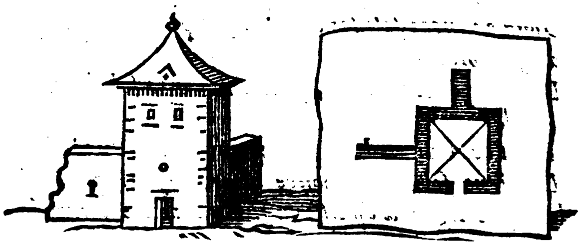
O. Cube Perspectif.

27.

Talu, est la pente qu'on donne à un Corps pour le soûtenir. *Comme la pente L M.*

28.

Lever le plan d'un Corps, d'une Tour par exemple, c'est décrire la figure du terrain qu'elle occupe sur le niveau de ses fondemens.



Du Toisé des Solides.

ON mesure les Solides par toises cubes, & par parties de toises cubes.

La toise cube est un parallelipipede rectangle qui a six pieds de hauteur, six pieds de largeur, & six pieds de profondeur.

Ses parties sont le pied, le pouce, & la ligne solide; sur toise, sur pied & sur pouces quarrez. Le pied, le pouce & la ligne solides courant sur toise, sur pied, & sur pouce. Le pied, le pouce, & la ligne cube.

Le pied solide sur toise quarrée, est un parallelipipede d'un pied d'épaisseur sur une toise quarrée.

Le pied solide courant sur toise, est un parallelipipede d'une toise de longueur, compris entre deux plans chacun d'un pied quarré.

Six pieds solides sur toise quarrée, font une toise cube.

Six pieds solides courant sur toise font un pied solide sur toise quarrée.

Six pieds cubes font un pied solide courant sur toise.

Deux cent & seize pieds cubes font une toise cube.

Le pouce ſolidé ſur pied quarré, eſt un parallelipipede d'un pouce d'épaiſſeur ſur un pied quarré.

Le pouce ſolide courant ſur pied eſt un parallelipipede d'un pied de longueur, compris entre deux plans chacun d'un pouce quarré.

Douze pouces ſolides ſur pied quarré font un pied cube.

Douze pouces ſolides courant ſur pied, font un pouce ſolide ſur pied quarré.

Douze pouces cubes, font un pouce ſolide courant ſur pied.

Mil ſept cent vingt-huit pouces cubes font un pied cube.

La ligne ſolide ſur pouce quarré eſt un parallelipipede d'une ligne d'épaiſſeur ſur un pouce quarré.

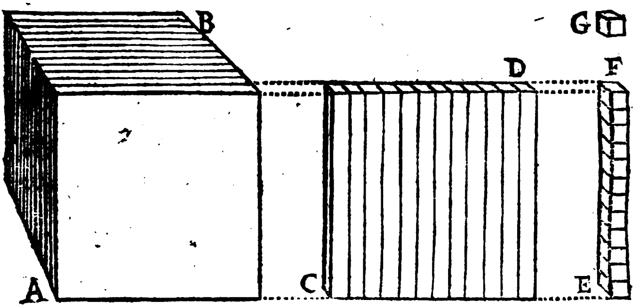
La ligne ſolide courante ſur pouce, eſt une parallelipipede d'un pouce de longueur, compris entre deux plans chacun d'une ligne quarrée.

Douze lignes ſolides ſur pouce quarré font un pouce cube.

Douze lignes ſolides courantes ſur pouce, font une ligne ſolide ſur pouce quarré.

Douze lignes cubes, font une ligne ſolide courante ſur pouce.

Mil ſept cent vingt-huit lignes cubes, font un pouce cube.



A B, douze lignes ſolides ſur pouce quarré, faiſant un pouce cube.

GD,

CD, doüze lignes solides courantes sur pouce, faisant une ligne solide sur pouce quarré.

EF, douze lignes cubes faisant une ligne solide courante sur pouce.

G, une ligne cube.

OBSERVATIONS.

DEs surfaces multipliées par des lignes produisent des solides.

Des toises quarrées multipliées par des toises simples, produisent des toises cubes.

Des toises simples multipliées par des pieds courant sur toises; ou des toises quarrées multipliées par des pieds simples, produisent des pieds solides sur toises quarrées.

Des toises simples multipliées par des pieds quarrez produisent des pieds solides courant sur toises.

Des pieds simples multipliez par des pieds courant sur toises, produisent aussi des pieds solides courant sur toises.

Des pieds simples multipliez par des pieds quarrez, produisent des pieds cubes.

Des pieds simples multipliez par des pouces courant sur pieds, produisent des pouces solides sur pieds quarrez.

Des pieds quarrez multipliez par des pouces simples, produisent aussi des pouces solides sur pieds quarrez.

Des pieds simples multipliez par des pouces quarrez, produisent des pouces solides courant sur pieds.

Des pouces simples multipliez par des pouces quarrez, produisent des pouces cubes.

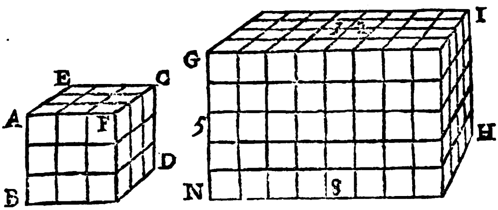
La même chose est des pouces à l'égard des lignes.

PROPOSITION I.

Mesurer un Cube, ou un Parallelipipede.

IL faut multiplier toute la base par la hauteur du Corps. *Exemple.*

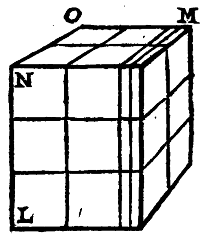
Multipliez la base B D, ou la surface opposée son égale A C, par la perpendiculaire A B; 9 pieds quarrez par trois pieds simples: le produit 27 pieds cubes, sera le requis.



Les 9 pieds quarrez de la surface A E C F, ont chacun sous soy une colomne composée de 3 pieds cubes, & trois fois 9, font 27.

Pour avoir le contenu du Parallelipipede G H, il faut multiplier comme cy-dessus, les parties de la surface G I, par les parties de la perpendiculaire G N, 32 par 5: & le produit 160 pieds cubes sera le requis.

Si le parallipipede L M avoit sa hauteur L N de 3 toises, sa longueur O M de 2 toises 2 pieds, & sa largeur N O de 2 toises; il faudroit multiplier M O par O N, 2 toises 2 pieds, par 2 toises; le produit seroit 4 toises quarrées, 4 pieds sur toises, pour la surface N M.



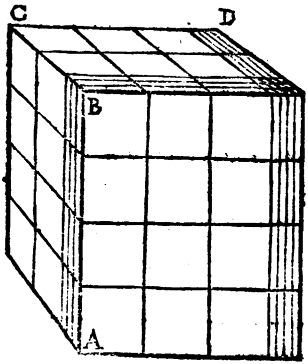
Multiplier cette surface N M par la hauteur L N, 4 toises quarrées, & 4 pieds sur toises, par 3 toises. Le produit seroit 12 toiſes cubes, & 12 pieds ſolides ſur toiſes quarrées, qui feroient encore 2 toiſes cubes, leſquelles eſtant jointes aux 12, le Corps L M ſe trouveroit contenir 14 toiſes cubes.

Toiſes quarrées.	pieds ſur toiſes.
4	4
3	
12	12

Mais ſi A B eſtoit de 4 pieds, B C de 2 pieds 3 pouces, & C D de 3 pieds 4 pouces. Il faudroit premierement trouver le contenu de la ſurface B D qui ſeroit de 6 pieds quatrez, 17 pouces ſur pieds, & 12 pouces quarrez. *Puis*

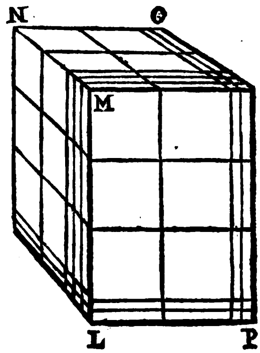
Multiplier les 6 pieds de la ſurface, par les 4 de la hauteur, le produit ſeroit 24 pieds cubes.

Multiplier les 17 pouces de la ſurface par les 4 pieds de la hauteur, le produit ſeroit 68 pouces ſolides ſur pieds quarrez.



pieds quarrez.	pouces ſur pieds.	pouces quarrez.
6	17	12
4		
24	68	48
pieds cubes.	pouces ſolides ſur pieds quarrez.	pouces ſolides courant ſur pieds.

Multiplier encore les 4 pieds de la hauteur par les 12 pouces quarrez de la ſurface, le produit ſeroit 48 pouces ſolides courant ſur pieds, *c'eſt à dire*, 4 pouces ſolides ſur pieds quarrez, leſquels eſtant joints aux 68 feroient 72, c'eſt à dire 6 pieds cubes, qui avec les 24 feroient 30 pour le contenu du Corps A D.



Pour avoir le contenu du parallelipipede L O qui a ſa ſurface M O de 4 toiſes quarrées, 10 pieds courant ſur toiſes, 6 pieds quarrez; & ſa hauteur L M de 3 toiſes 2 pieds, il faudroit

Multiplier les toiſes par les toiſes, 4 par 3; le produit ſeroit 12 toiſes cubes.

Multiplier les toiſes par les pieds, 3 par 10; & 4 par 2: les produits ſeroient 30, & 8 pieds ſolides ſur toiſes quarrées.

Multiplier les 2 pieds par les 10, le produit ſeroit 20 pieds ſolides courant ſur toiſes.

Multiplier les 3 toiſes par les 6 pieds quarrez, le produit ſeroit 18 pieds ſolides courant ſur toiſes.

Multiplier les 2 pieds par les 6, le produit ſeroit 12 pieds cubes.

Enfin additionner tous ces produits, & le Corps L O ſe trouveroit contenir 19 toiſes cubes, 2 pieds ſolides ſur toiſes quarrées, *c'eſt à dire*, un tiers de toiſe cube, & 4 pieds ſolides courant ſur toiſes, ou 24 pieds cubes.

4 ——	10 ——	6	
3	2		
12	30 ——	20	
	8 ——	18	12
19 ——	2 ——	4 ——	0
toiſes cubes.	pieds ſolides ſur toiſes quarrées.	pieds ſolides courant ſur toiſes.	pieds cubes.

Si on avoit encore à mesurer le parallelipipede A D qui a sa hauteur A B d'une toise, 2 pieds, 3 pouces ; sa longueur B C de 2 toises, 2 pieds, 2 pouces ; & sa largeur B E de 4 pieds 3 pouces ; il faudroit réduire les toises en pieds, & compter 8 pieds 3 pouces pour A B, 14 pieds 2 pouces pour B C. *Puis*

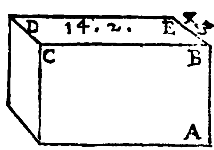
Multiplier B C par B E ; la surface B C D E se trouveroit contenir 56 pieds quarrez, 50 pouces courant sur pieds, & 6 pouces quarrez.

Multiplier le contenu de cette surface par la hauteur A B, & le Corps se trouveroit avoir 496 pieds cubes, 8 pouces solides sur pieds quarrez, 7 pouces solides courant sur pieds, & 6 pouces cubes ; ces trois especes de pouces faisant 1242 pouces cubes.

56 — 50 — 6
8 — 3

448 — 168 — 150 — 18
400 48
48 — 16 — 1

496 8 7 6



Que si enfin on trouvoit trop de difficulté à ces fractions, on pourroit réduire aussi les pieds en pouces pour n'avoir qu'une sorte de partie. B C auroit 170 pouces, B E 51, & ces deux côtez multipliez l'un par l'autre produiroient 8670 pouces quarrez pour la surface B D ; laquelle estant multipliée par la hauteur A B de 99 pouces, le produit seroit 858330 pouces cubes, qui estant divisez par 1728, valeur d'un pied cube, le quotien donneroit pour le contenu du parallelipipede A D, comme cy-dessus, c'est à dire, 496 pieds & 1242 pouces cubes.

PROP. II.

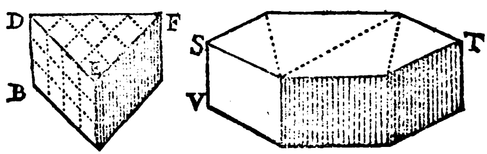
Mesurer le Prisme triangulaire BF.

SUpposé que l'angle DEF soit droit, & les côtez DE, EF, chacun de quatre pieds. Multipliez DE par la moitié de EF, 4 par 2; le produit 8 pieds quarrez sera l'aire du triangle DEF.

Multipliez ce triangle par la hauteur DB, 8 par 3; le produit 24 pieds cubes sera le contenu du Prisme proposé.

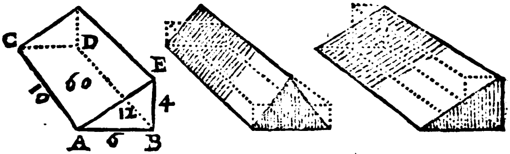
Les 6 quarrez entiers du triangle DEF, & les 4 demy qui en font encore 2 entiers, ont chacun sous soy une colomne de 3 pieds cubes, & 3 fois 8 font 24.

Vous mesurerez le Prisme VT de la même maniere, *c'est à dire*, en multipliant l'aire de la surface ST par la hauteur SV.



Le contenu du Prisme AE se trouvera en multipliant le plan A par la longueur AE, 4 par 10.

Supposé aussi le Prisme CE, on le mesurera en multipliant sa base, *c'est à dire*, le rectangle ABCD par la moitié de la hauteur BE; ou la moitié du rectangle ABCD par la hauteur BE: 60 par 2, ou 30 par 4. Le produit 120 sera le même que ſi l'on avoit multiqlié le triangle A B E par la longueur A C, 12 par 10.



PROP. III.

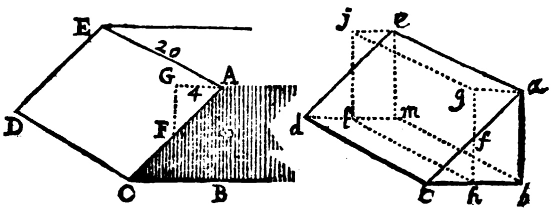
Meſurer le talu d'un Rampar.

LE talu C E conſideré ſeparément du Corps du Rampar, & terminé par deux triangles *a c m*, *a b c*, qui ſont paralleles entr'eux, eſt proprement un Priſme triangulaire : Ainſi on le meſurera par la precedente, ou comme s'enſuit.

Suppoſé la longueur A E de 20 pieds, égale à la longueur C D. Elevez du milieu de la pente A C, l'aplomb F G, puis meſurez A G, qui par exemple ſera de 4 pieds.

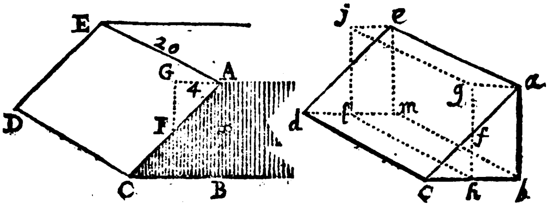
Multipliez ces 4 pieds par les 20 de la longueur A E, le produit ſera 80.

Multipliez ces 80 par les 8 de la hauteur A B, le produit 640 pieds cubes ſera le ſolide du talu propoſé.



Suppoſé le rectangle a b g h, il eſt égal au triangle a b c; car a c eſtant coupé en deux également par g h, le triangle *a g f est égal au triangle c f h (suivant la 59 du 2;) d'où il suit que le Parallelipipede b i, & le Prisme ou talu a d estant de même longueur a e, sont égaux (suivant la precedente) ainsi mesurant l'un on mesure l'autre.*

Multipliant a e par a g, nous avons eu l'aire du rectangle a j; & multipliant ce rectangle par la hauteur a b, nous avons trouvé le contenu du parallelipipede b j, & par consequent, du Prisme ou talu proposé a b c d e.

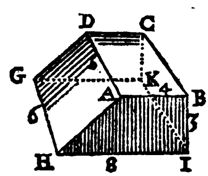


PROP. IV.

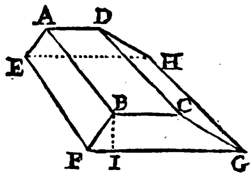
Soit aussi proposé de mesurer le Prisme C H dont les plans rectangles A B C D, G H I K sont paralleles entr'eux.

SUpposé qu'A B soit de 4 toises, A D de 6, H I de 8, & B I de 3. Le rectangle A C sera de 24 toises quarrées, le rectangle G H I K de 48, & la coupe A B I H de 18 (*suivant la 4 du 7.*)

Additionnez les deux rectangles A C, G I; & de leur somme 72, prenez la moitié 36 que vous multiplierez par les 3 de la hauteur B I; Le produit 108 toises cubes, sera le contenu du Corps proposé: ce que vous verifierez (*par la 2*) en multipliant les 18 toises, & la coupe A B I H par les 6 de la longueur A D qui produiront les mêmes 108 toises cubes.



Vous trouverez de même le contenu du Prisme ou Rampart A G en multipliant la moitié de la somme des deux rectangles A B C D, E F G H par la hauteur B I.



PROP. V.

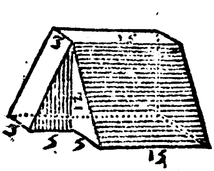
Mesurer le Corps D F, composé d'un parallelipipede & de deux Prismes.

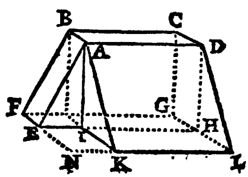
MEsurez ces trois parties separément l'une de l'autre, vous trouverez 540 pieds cubes pour le parallelipipede C I; 450 pour le Prisme A I L; & 90 pour le Prisme A I F.

Faites addition de ces trois sommes, & vous aurez pour le contenu du Corps proposé 1080. pieds cubes. *Autrement.*

Mesurez les trois rectangles A C, E G, K H; le premier sera de 45 pieds quarrez, le deuxiéme de 60, le troisiéme de 75, & les trois ensemble feront 180 pieds quarrez.

Prenez la moitié de cette somme 180, & la multipliez par la hauteur A I, *c'est à dire*, 90 par 12, le produit 1080 sera égal au precedent.

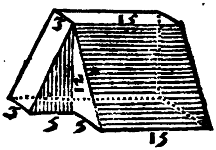


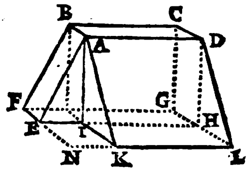


Si on trouve quelque difficulté à mesurer les deux rectangles E G, K H, séparément l'un de l'autre, on aura la valeur des deux ensemble comme s'ensuit.

Mesurez tout le rectangle F G L N qui se trouvera de 160 pieds quarrez.

De cette somme, ôtez les 25 du petit rectangle E K, car E I multiplié par I K, 5 par 5, donnera 25, & le reste 135 sera la valeur des deux rectangles.



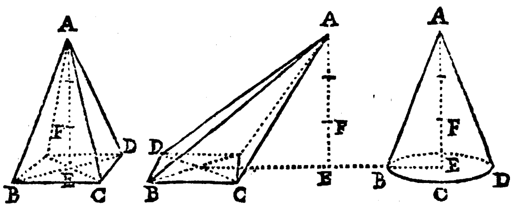


PROP. VI.

Mesurer une Pyramide.

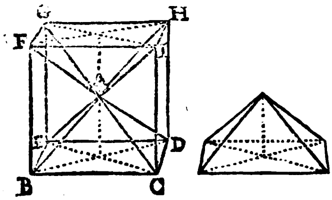
MUltipliez la base ou plan B C D, par le tiers de la perpendiculaire A E, & vous aurez le requis. *Autrement.*

Multipliez la hauteur A E, par le tiers de la base, ou enfin multipliez toute la hauteur par toute la base, & le tiers du produit sera le requis.



Que le solide d'une Pyramide se trouve en multipliant le tiers de la hauteur par la base je le démontre.

Supposé que les six faces d'un cube B H, soient les bases *d'autant de Pyramides qui ayent leurs sommets au centre A, ces six pyramides dont le cube sera composé, seront égales.*



2. Supposé que le costé BC soit de 12 pouces, toute la base BCDE sera de 144 pouces quarrez (suivant la 1 du 7) & tout le cube BH vaudra 1728 pouces cubes (suivant la 1) dont la sixiéme partie 288 sera le contenu de chaque pyramide.

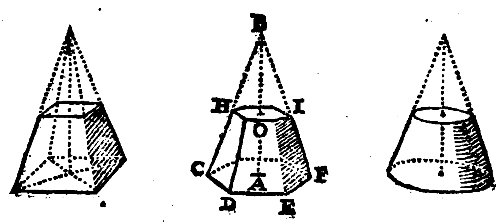
Or tout le cube ayant 12 pouces de haut, la hauteur de la pyramide ABCDE sera de 6, & le tiers de 6, multiplié par la base BCDE, c'est à dire 2, par 144; produira les mêmes 288 pouces cubes que nous avons trouvé que valoit chaque pyramide. Donc le contenu d'une pyramide se trouve en multipliant toute la base par le tiers de la hauteur.

PROP. VII.

Mesurer le reste d'une Pyramide, dont la surface superieure est parallele à la base.

TRouvez le sommet de la Pyramide, puis multipliez la base CDEF, par le tiers de la perpendiculaire AB, & vous aurez le contenu de la Pyramide entiere BCDEF, (*suivant la precedente.*)

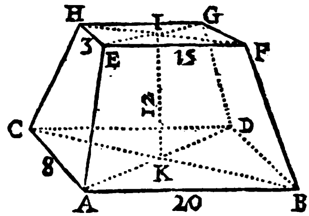
Multipliez aussi la surface superieure HOI, par le tiers de la hauteur BO, pour avoir la valeur de la partie perduë BHOI, laquelle estant soustraite de celle de la Pyramide entiere, restera la valeur de la partie proposée CI.



PROP. VIII.

Mesurer l'Exaèdre irregulier A G, dont les surfaces opposées & paralleles A B C D, E F G H, sont deux rectangles inégaux & dissemblables.

QU'AB, soit de 20 pieds, AC de 8, EF de 15, EH de 3, & la hauteur IK de 12.



Multipliez EF par EH, 15 par 3; le produit 45 pieds quarrez sera la valeur du rectangle EFGH.

Multipliez aussi AB par AC, 20 par 8, le produit 160 sera la valeur du rectangle ABCD.

Mettez ces deux sommes 45, 160, en une 205.

Prenez la difference des côtez EH, AC, qui est 5, & la difference des côtez EF, AB qui est encore 5.

Multipliez ces deux differences l'une par l'autre, 5 par 5, & le produit 25 pieds quarrez, estant soustrait de la somme precedente 205, restera 180 pieds quarrez.

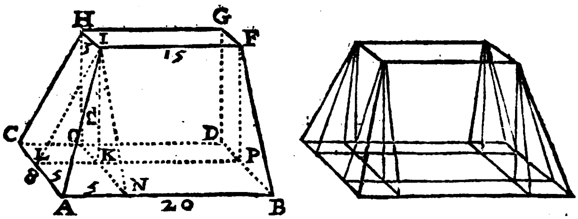
Prenez la moitié de ces 180 pieds quarrez, qui est 90, & la multipliez par la hauteur IK, c'est à dire par 12, le produit sera 1080 pieds cubes.

Multipliez le produit des deux differences par le tiers de la hauteur IK, 25 par 4; & le produit 100 pieds cubes, joint au precedent 1080, fera la valeur requise 1180 pieds cubes.

Supposé que l'Exaèdre ait quatre parties, sçavoir un parallelipipede F G H I D O K P, deux Prismes I K N B F P, I K L C H O, & une pyramide I A N K L; ces parties estant mesurées, le parallelipipede se trouvera contenir 540 pieds cu-

bes (suivant la 1) le premier Prisme 450, le deuxiéme 90 (suivant la 2;) la Pyramide 100 (suivant la precedente) & les quatre sommes jointes ensemble feront les 1180 pieds cubes que nous avons dit estre le contenu de l'Exaëdre.

Mais supposé que l'Exaëdre ayant les mêmes mesures soit composé de neuf parties, d'un Parallelipipede, de quatre Prismes, & de quatre Pyramides : en mesurant aussi ces parties chacune à part, on trouvera encore les mêmes 1180 pieds cubes.



Ceux qui veulent mesurer cet Exaëdre en multipliant la moitié de la somme des deux rectangles F H, B C, par la hauteur I K, peuvent voir qu'ils se trompent considerablement; car au lieu de 1180 pieds cubes qui sont le juste contenu de ce Corps, ils en trouvent 1230 : & l'erreur vient de ce qu'ils le mesurent comme un Corps composé seulement de Prismes & de Parallelipipedes (suivant la 4) ne considerant pas qu'il tient de la Pyramide, & qu'il faut mesurer ses parties pyramidales separément du reste, la maniere de les mesurer en estant differente; & c'est ce que nous avons fait en multipliant à part les 25 pieds du rectangle A N K L par le tiers de la hauteur I K, pour avoir le contenu de la partie pyramidale A N K I L.

PROP. IX.

Mesurer un canal ou fossé A C, pour sçavoir la quantité de terre qu'on en a tiré.

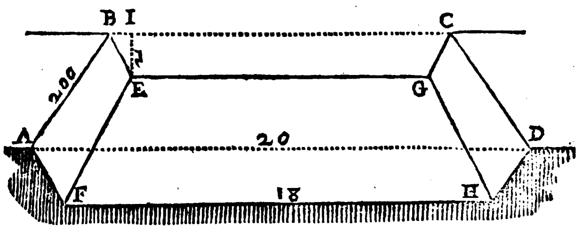
MEsurez ce canal comme si c'estoit un Prisme; *c'est à dire,*

Mesurez la coupe A D F H (*par la 4 du 7*) & la multipliez par la longueur A B, 38 par 200, le produit 7600 pieds cubes sera le requis. *ou bien*

Multipliez la largeur A D par la longueur A B, 200 par 20; le produit 4000 toises quarrées sera pour la partie superieure du Canal A B C D.

Multipliez ces 4000 toises, par la profondeur E I qui est de 2; & du produit 8000 toises cubes, retranchez le solide des deux talus A E, D G, lesquels estant chacun de 200 toises cubes (*suivant la 2*) restera 7600 toises cubes pour le requis.

Autrement. Prenez la moitié des deux largeurs AD, FH, c'est à dire 19, & la multipliez par les 200 de la longueur A B; puis multipliez le produit 3800 par les 2 de la profondeur, & vous trouverez les mêmes 7600 toises cubes.

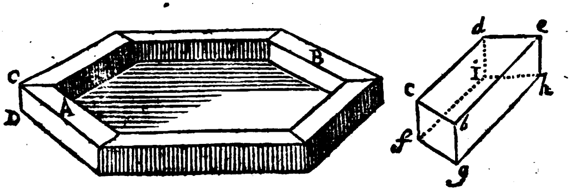


PROP. X.

Mesurer la Massonnerie qui fait le tour ou le bord d'un Bassin de Fontaine.

Soit proposé de mesurer le bord du Bassin Exagonal A B, composé de six Prismes égaux.

Mesurez un de ces Prismes (*par la 2*) comme A en



multipliant la ſurface ſuperieure par la hauteur C D; & ſuppoſé qu'il ſe trouve eſtre de 15 pieds cubes, multipliez ces 15 pieds par le nombre des Priſmes, c'eſt à dire par 6, le produit 90 ſera le requis.

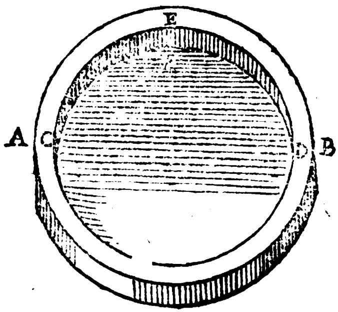
PROP. XI.

Meſurer le bord d'un Baſſin rond.

MEſurez l'aire du grand cercle AB, & celuy du petit CD *(par la 8 du 7.)*

Defalquez de l'aire du grand cercle, celuy du petit, l'aire qui reſtera ſera la difference des deux cercles, qui fait la ſurface ou partie ſuperieure du bord du baſſin.

Multipliez cette difference AEB, par la hauteur EF, & le produit ſera la valeur requiſe.



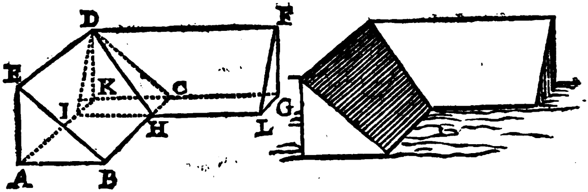
PROP. XII.

Meſurer le ſolide d'un talu AF qui fait un angle droit rentrant BHL.

COnſiderez ce talu comme un ſolide compoſé de deux Priſmes ABCDE, DFGIK.

Mesurez ces Prismes (*par la 3*) & supposé que le premier se trouve estre de 300 pieds cubes, le deuxiéme de 400; les deux ensemble feront 700.

Retranchez de cette somme la valeur de la Pyramide DCHIK qui est commune aux deux Prismes, le reste sera le contenu du talu.

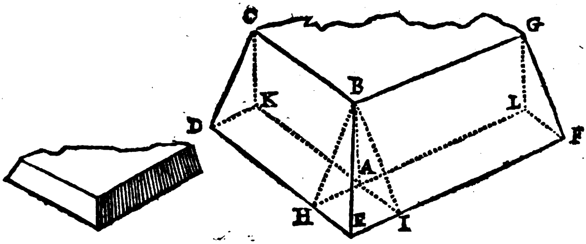


PROP. XIII.

Mesurer le talu de l'angle saillant CEG.

COupez DH égale à BC, FI égale à BG, puis considerez le talu proposé comme un solide composé de trois parties, deux Prismes CH, IG; & une Pyramide ABHEI.

Mesurez les Prismes *par la 3*) & la Pyramide (*par la 6.*)



PROP.

PROP. XIV.

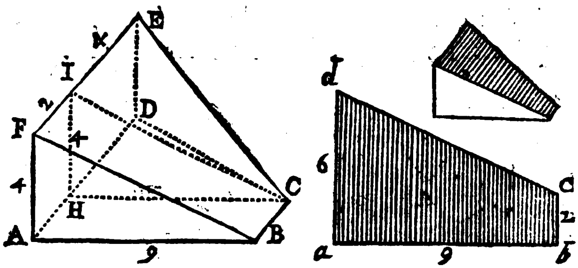
Mesurer le solide en talu A B E.

JE suppose qu'A D, B C sont paralleles, & que l'angle B A D est droit, comme il paroist par le plan Geometral a b c d.

Coupez F I égale à B C, puis regardez le solide comme un corps composé de deux parties; d'un Prisme A B C I F, & d'une Pyramide C D E I H, dont le quarré D E I H en est la base, & le point C le sommet.

Mesurez le Prisme (*suivant la* 2,) il se trouvera avoir 36 pieds.

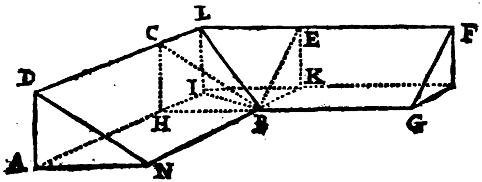
Mesurez aussi la Pyramide (*suivant la* 6,) elle se trouvera en avoir 48; & la somme de ces deux parties, c'est à dire 84, sera la valeur requise.



PROP. XV.

Mesurer le talu de l'angle rentrant D L F qui est obtus.

PRenez D C égale à B N, E F égale à B G, puis supposant que les parties A B L, B L F, sont composées chacune d'un Prisme & d'une Pyramide, vous trouverez le solide du talu proposé par la precedente; c'est à dire en mesurant les deux Prismes B D, G E, & les deux Pyramides B L H, B L K.

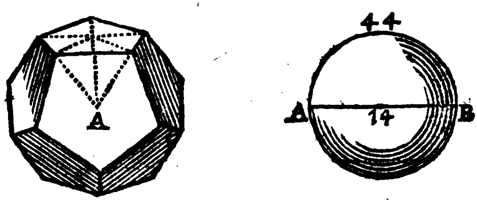


PROP. XVI.

Mesurer le Dodecaëdre regulier A.

LEs surfaces du Dodecaëdre sont comme les bases d'autant de Pyramides égales qui ont leurs sommets au centre de ce Corps. *Ainsi*

Mesurez une de ces Pyramides (*par la 6* ,) & supposé qu'elle se trouve estre de 10 pieds cubes, multipliez ces dix pieds par le nombre des Pyramides qui est 12, le produit 120 sera le requis.



PROP. XVII.

Mesurer une Sphere.

IL faut multiplier le diametre par la circonference de son cercle, le produit sera la surface de la Sphere (*suivant Archimede*) multiplier ensuite le tiers de cette surface par le rayon ou demidiametre, & on aura le requis. *Exemple.*

Supposé que le diametre AB soit de 14 pouces, la circonference de son cercle de 44; multipliez ces deux valeurs l'une par l'autre, & le produit 616 pouces quarrez, sera la valeur de la surface de la Sphere.

Prenez le tiers de ces 616 pouces quarrez, qui est 205 $\frac{1}{3}$, & le multipliez par 7, moitié du diametre; le produit 1437, sera le contenu demandé.

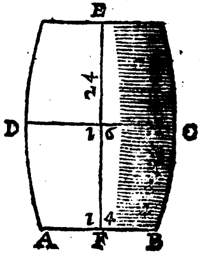
Si on suppose que les 616 pouces quarrez de la surface de cette Sphere, sont les bases d'autant de Pyramides égales qui ont leurs sommets au centre; il est évident, que multipliant le tiers de ces bases (comme si toutes n'en faisoient qu'une) par la hauteur des Pyramides, qui est le demidiametre de la Sphere, on a (suivant la 6) le contenu des 616 Pyramides, & par consequent le contenu de la Sphere qui en est composée.

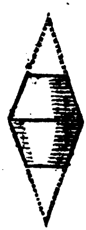
PROP. XVIII.

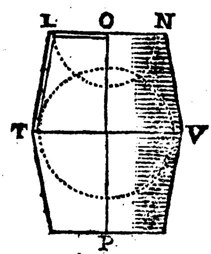
Mesurer le contenu d'un Tonneau.

MEsurez l'aire d'un de ses fonds AB, & celuy du plus grand cercle CD pris en dedans, puis multipliez la moitié de la somme de ces deux cercles par la longueur du tonneau EF. *Je m'explique.*

Si le diametre AB est de 14 pouces, le diametre CD de 16, leurs cercles seront; le premier de



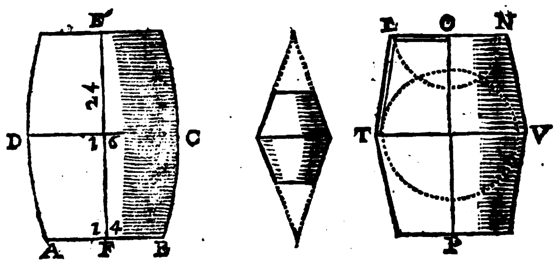




154 pouces quarrez, le deuxiéme de 201 $\frac{1}{7}$ (*suivant la* 8 *&* 9 *du* 7.) & les deux ensemble feront 355 pouces quarrez $\frac{1}{7}$.

De cette somme prenez la moitié 177 $\frac{4}{7}$, & la multipliez par la longueur EF de 24 pouces; le produit 4261 pouces cubes $\frac{5}{7}$ sera à peu prés le contenu demandé.

Il ne faut pas s'imaginer, comme font quelques-uns, que par cette Regle le Tonneau n'est mesuré que comme un Vaisseau composé de deux parties de Cones TOVP, car le produit de la multiplication de la longueur OP, par la moitié de la somme des cercles des deux diametres LN, TV, donne plus que la valeur d'un vaisseau tel qu'est TOVP, suivant ce que nous avons fait voir dans la 8. Prop. & ce plus va à peu prés pour la courbure du tonneau.



PROP. XIX.

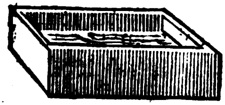
Mesurer une certaine quantité de liqueur proposée.

IL faut avoir un Bacquet fait bien à l'Equiere, & la liqueur y estant versée, la mesurer comme on mesureroit un Parallelipipede.

Exemple. Supposé que le Bacquet ait en dedans 8 pouces de long, 4 de large, & qu'estant bien de niveau la liqueur y soit haute de 2.

Multipliez la longueur par la largeur, 8 par 4,

& le produit 32, par la hauteur 2, le requis se trouvera de 64 pouces cubes.

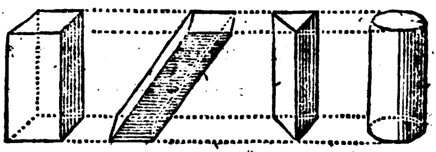


OBSERVATION I.

LEs Parallelipipedes & les Prismes de même hauteur, sont entr'eux comme leurs bases.

Supposé que le premier Parallelipipede, le deuxiéme & le Prisme suivant ayent leurs bases doubles l'une de l'autre; je veux dire, que la premiere base soit double de la deuxiéme, & celle-cy double de la troisiéme; la premiere ayant 8 pouces quarrez, la deuxiéme en aura 4, & la troisiéme 2: Et si la hauteur de ces Corps est de 10 pouces, le premier Parallelipipede sera de 80 pouces cubes, le deuxiéme de 40, moitié de 80, & le Prisme de 20, moitié de 40 (suivant la 1 & la 2.) Mais la base du Cilindre estant de 6 pouces quarrez, le Cilindre aura 60 pouces cubes; & comme la base du Cilindre sera à la base du Prisme, 6 à 2; le Cilindre sera au Prisme, 60 à 20.

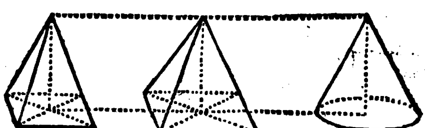
Il s'ensuit aussi que



8 4 2 6

2.

Les Pyramides de hauteurs égales, sont en même raison que leurs bases.

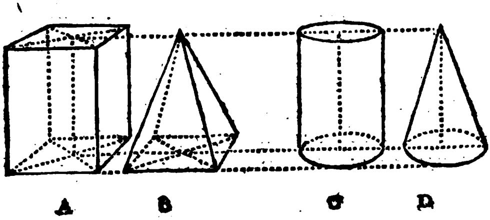


2.

Un Prisme & une Pyramide de même hauteur & de bases égales, sont en raison de 3 à 1; *c'est à dire*, que le Prisme est triple de la Pyramide.

Supposé que le Prisme A & la Pyramide B, ayent 4 pieds de hauteur sur des bases de 9 pieds quarrez; le Prisme (suivant la 1) sera de 36 pieds cubes, & la Pyramide seulement de 12 (suivant la 6.)

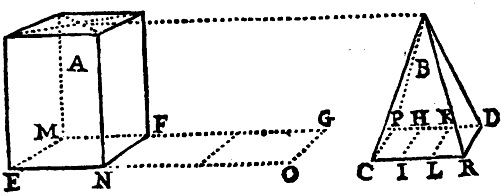
La même chose doit s'entendre du Cilindre C à l'égard du Cone D.



4.

Un Prisme & une Pyramide de même hauteur sont en même raison, que la base du Prisme est au tiers de la base de la Pyramide; ou que la base du Prisme prise trois fois, est à la base entiere de la Pyramide.

Exemple. *Que le Prisme A, & la Pyramide B soient de même hauteur: & que la base de la Pyramide soit divisée en trois parties egales, CH, IK, LD; le Prisme A, est à la Pyramide B; comme sa base EF, est à CH, troisiéme partie de la base CD.*



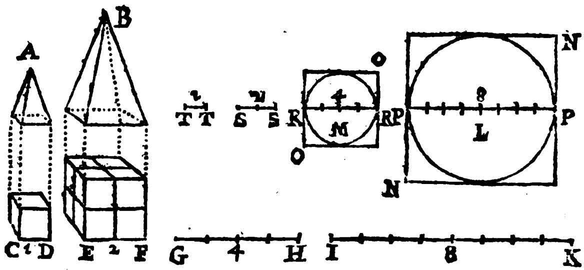
Ou bien. *Supposé le plan EG trois fois aussi grand que la base EF; le Prisme est à la Pyramide, comme le plan EG est à la base CD: de sorte que si le plan EG est double ou triple du plan ou base CD, le Prisme est double ou triple de la Pyramide; ce qui est évident par la precedente.*

5.

Les Corps semblables, *par exemple*, A & B, sont en raison triplée de leurs bases: ou ce qui est la même chose, ils sont entr'eux comme les cubes de leurs côtez homologues.

Que CD, EF, GH, IK, soient continuellement proportionnelles: la raison de CD à IK, est triplée de la raison de CD à EF (par la 66 du 1.) Or comme le côté CD d'un pied, à IK de huit; ou le cube CD d'un pied au cube EF de huit; aussi la Pyramide A est à la Pyramide B, comme un à huit.

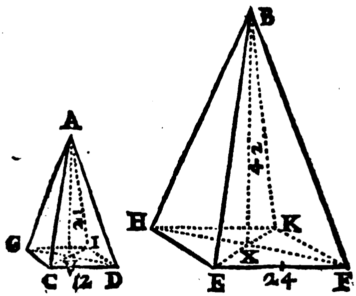
De même, la Sphere L est à la Sphere M, comme le cube N, est au cube O: ou bien ce qui est la même chose, la Sphere L, est à la Sphere M, comme son diametre PP, est à la quatriéme proportionnelle TT.



Que la Pyramide A, soit à la Pyramide B en raison d'un à huit, je le démontre.

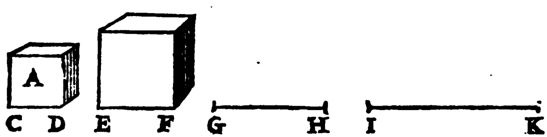
Puisque les Pyramides A, B, sont semblables, & que CD est d'un pied ou de 12 pouces; & EF, de deux pieds ou de 24 pouces; la hauteur AV estant de 21 pouces, la hauteur BX, sera de 42, car comme EF est double de CD; BX doit aussi estre double de AV. De plus, les bases CDGI, EFHK, estant des quarrez parfaits, la premiere sera de 144 pouces quarrez, & la deuxiéme de (576 suivant la 1 du 7) cela *connu, si on multiplie la premiere base 144, par 7, tiers de la hauteur BX ; le produit 1008, sera le contenu de la Pyramide A : & si on multiplie la deuxiéme base 576, par 14, tiers de la hauteur BX ; le produit 8064, octuple du precedent 1008 ; sera le contenu de la Pyramide B. Donc la Pyramide A est à la Pyramide B, comme un à huit.*

La même demonstration se fera des deux Spheres.



6.

Il s'ensuit que pour faire un Corps semblable à un autre, mais plus grand ou plus petit ; *par exemple*, un cube double ou triple du proposé A : il faut prendre une ligne IK double ou triple du côté CD ; puis trouver entre ces deux longueurs CD, IK, deux moyennes proportionnelles EF, GH, *(par la 54 du 3 :)* & la seconde EF sera le côté d'un cube double ou triple du proposé.

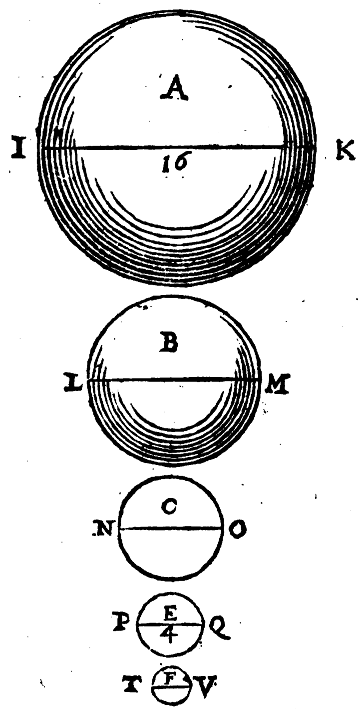


7.

Si on vouloit faire une suite de Corps semblables, de Boules, *par exemple*, qui fussent quadruples l'une de l'autre dans une proportion continuée ; la premiere A estant donnée de 16 lignes de diametre, il faudroit prendre le diametre PQ de quatre; puis trouver les deux diametres moyens LM, NO (*par la 54 du 3*,) & les boules A, B, C, E, seroient quadruples l'une de l'autre.

Pour en ajoûter une cinquiéme, il n'y auroit qu'à trouver son diametre TV proportionnel aux deux diametres PQ, NO, (*suivant la 49 du 3*,) & faire la même chose pour une sixiéme, une septiéme, &c.

Suivant la precedente, la boule A seroit quadruple de la boule B comme le diametre IK le seroit du diametre PQ: Et le diametre LM estant au diametre TV comme IK à PQ, par la raison d'égalité, la boule B seroit quadruple de la boule C, comme le diametre LM seroit quadruple du diametre TV. Et ainsi des autres boules.



CHAPITRE DIXIE'ME.

PRATIQUE SUR LE TERRAIN, Où l'on enseigne à lever des Plans, à en tracer, & à mesurer toutes sortes de dimentions inaccessibles.

ON travaille sur le Terrain avec divers Instrumens. Ceux dont on use le plus sont le Cordeau, le Demicercle, le Compas de proportion, & la Planchette.

USAGE DU CORDEAU.

Le Cordeau peut estre simple & de telle longueur qu'on voudra, mais estant divisé, il est de dix Toises pour l'ordinaire, & les divisions y sont marquées par des nœuds faits de six pieds en six pieds, c'est à dire, de toises en toises.

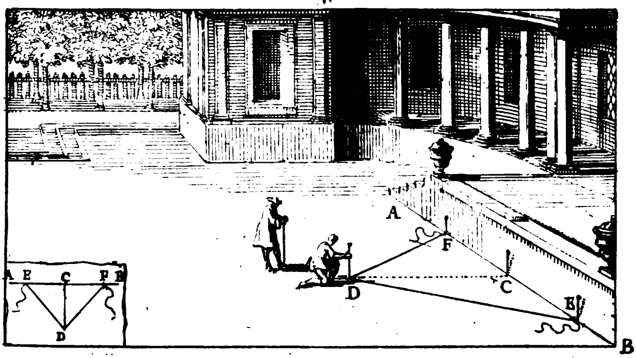
PROPOSITION I.

Du Piquet C, conduire sur le Pré une ligne qui fasse des angles égaux avec le mur AB.

FIchez prés du mur AB, deux Piquets E, F, également éloignez du Piquet C, à la distance d'environ deux ou trois toises.

Prenez le cordeau par le milieu D, & faites porter ses deux bouts, l'un au Piquet E, & l'autre au Piquet F, puis le tenant bandé de part & d'autre, fichez le Piquet D, par lequel vous conduirez la ligne demandée (*Voyez la 4 du 3.*)

219



PROP. II.

Tirer sur le Pré ou Terrain, & au Piquet B, une ligne qui fasse un angle droit avec le mur A B.

PLiez le Cordeau en deux, & le tenant par le milieu avec un Piquet C ; faites porter un de ses bouts au Piquet B, & l'autre à quelque distance de là, *par exemple* au Piquet D, qu'on aura fiché à volonté contre le mur.

Plantez le Piquet C, tenant le Cordeau tendu de part & d'autre, de maniere qu'il fasse un triangle isocele B C D.

Levez le bout du Cordeau qui est au Piquet B & le portez en E, prenant garde que C E soit une ligne droite avec C D ; puis menez B E qui fera un angle droit avec A B, (*suivant la 5 du 3.*)

PROP. III.

Couper l'angle A B C en deux également.

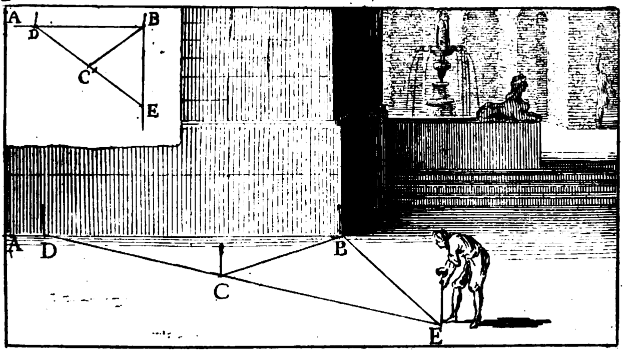
PLantez deux Piquets G, H, en égale distance de la pointe de l'angle B.

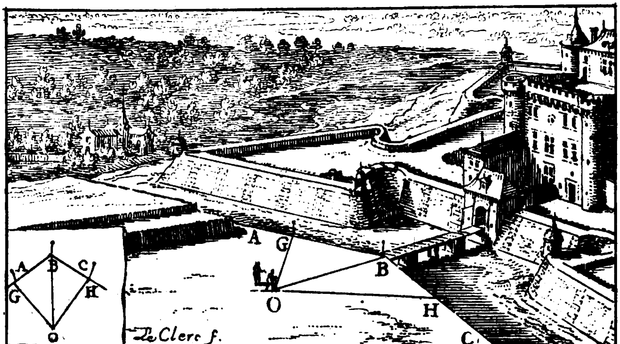
Prenez deux parties égales de Cordeau H O, G O, & B O, coupera l'angle en deux (*suivant la 3 du 3.*)

PROP. IV.

Du Piquet C, mener un Cordeau parallele au mur A B.

PRenez avec le Cordeau, la distance B D égale à la distance A C (*suivant la 8 du 3.*)


A
D
B
C
E
A
D
C
B
E


A
B
C
G
H
O
A
G
B
O
H
C
Le Clerc f.


A
B
C
D

PROP. V.

Lever le plan d'un mur A C bâti sur la descente d'une montagne, ou plûtost, *mesurer ce mur pour en avoir le plan.*

MEsurez sa longueur par la ligne de niveau A B, ou par les trois A D, E F, G B; lesquelles prises ensemble sont égales à la seule de niveau A O.

Il y a de la difference entre mesurer un mur comme celuy-cy pour le toisé de la Massonnerie; & le mesurer pour en lever le plan.

Dans le premier cas le mur doit estre mesuré par toute sa longueur A C; mais dans le second, il le faut mesurer seulement par la longueur qu'il auroit sur des fondemens pris sans aucune pente comme L M.

PROP. VI.

Lever le Plan de l'angle rentrant B, c'est à dire, décrire sur du papier, un angle égal à celuy des deux murs A B C.

PLantez les Piquets D, E, à quatre ou cinq toises de la pointe de l'angle B.

Mesurez la distance qui est entre les Piquets D, E, puis faites sur du papier le triangle b d e semblable au triangle B D E, (*par la* 30 *du* 3,) & vous aurez l'angle b, égal à l'angle B.

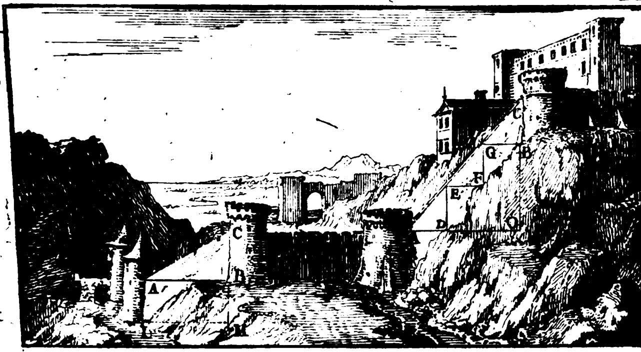
PROP. VII.

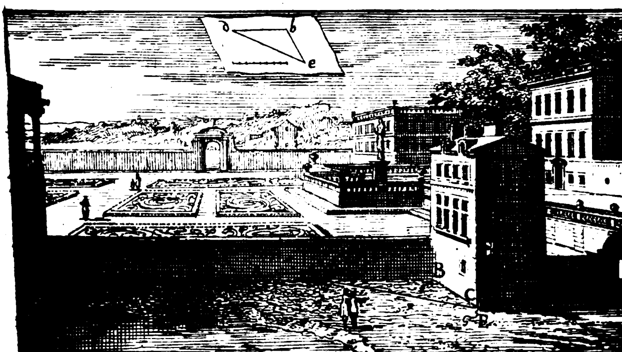
Lever le plan de l'angle saillant E F G.

ATtachez le Cordeau par un bout à l'angle F, & le tendez vers H faisant une ligne droite avec E F.

Prenez F H de 5 ou 6 toises, & F I d'autant.

Mesurez la distance des deux Piquets H I.


C
G
B
F
E
D
C
B
A


d
b
e
B
C


G
I
F
H
S le Clerc f.

Faites un triangle f i h semblable au triangle FIH (*par la 30 du 3,*) & l'angle exterieur o f i sera le requis.

PROP. VIII.

Tracer sur le terrain un triangle semblable au proposé A B C.

PRenez trois parties de Cordeau D, E, F, chacune d'autant de toises qu'il y en a d'écrites sur les côtez du triangle A B C.

Les lignes se tracent sur le terrain avec une béche ou quelque autre instrument propre à couper la terre.

PROP. IX.

Lever le plan d'un mur composé de plusieurs angles A, B, C, D.

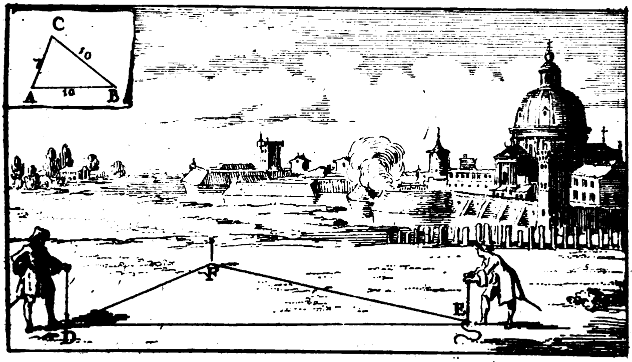
TEndez le Cordeau A I, & dans son alignement, plantez les piquets G, H, L, &c. vis à vis des angles B, C, D, &c.

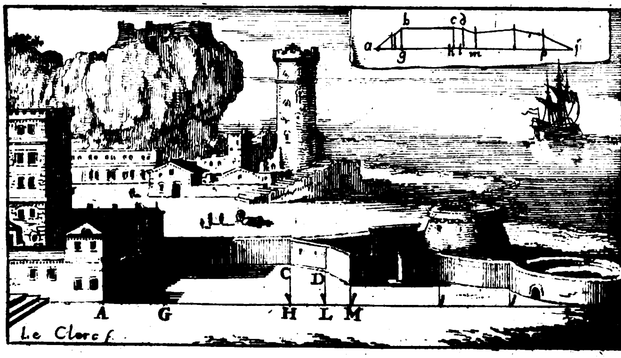
Mesurez les perpendiculaires G B, H C, L D, & toutes les parties du cordeau A I.

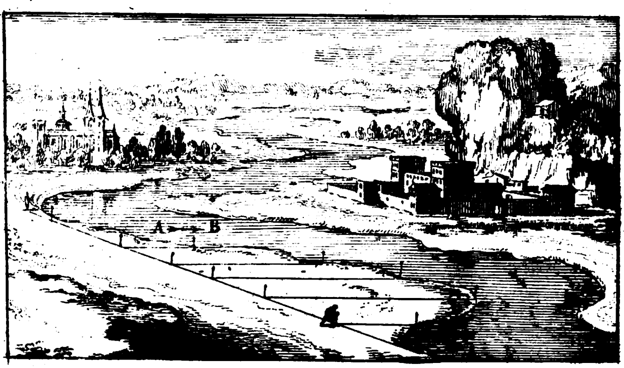
Tirez sur du papier une ligne a i, & la divisez par le moyen d'une petite échelle, aux points g, l, m, n; comme le cordeau A I est divisé par les piquets G, L, M, N.

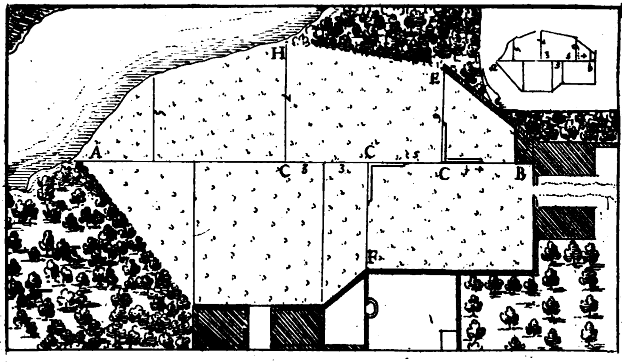
De tous ces points g, l, m, n, élevez des perpendiculaires g b, h c, &c. & les terminez entre elles suivant les mesures des perpendiculaires G B, H C, &c. puis par leurs extremitez décrivez le plan demandé a, b, c, d, i.

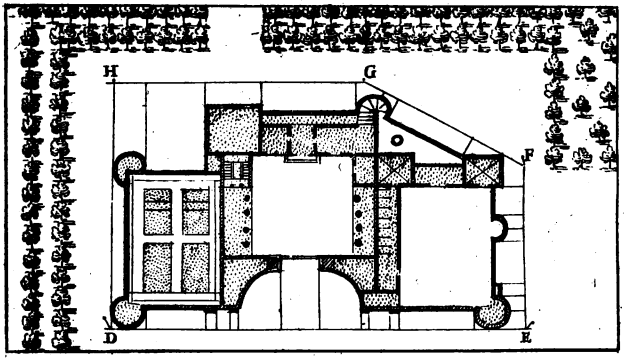
Le serpentement d'une riviere se désignera de même, & le courant de l'eau peut estre marqué par une fleche A B, qu'on sçait aller toujours la pointe devant.

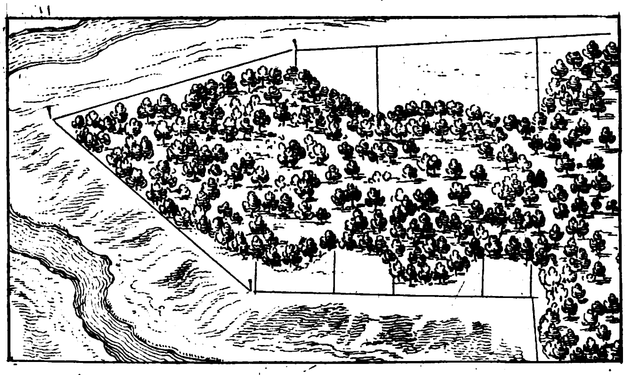

C
7
10
A
10
B
F
D
E


b
c d
a
g
k l m
p
f
C
D
A
G
H
L
M
Le Clerc f.


A
B


H
E
A
C
C
3
C
B
F


H
G
F
D
E



PROP. X.

Lever le plan d'un pré, ou de telle autre piece de terre qu'on voudra.

TEndez un cordeau tout au travers, par exemple de l'angle A à l'angle B.

De cette ligne, que nous appellons ordinairement ligne maîtresse, observez la situation de tous les angles du pré (*par la precedente.*)

Les lignes CE, CH, &c. peuvent estre conduites à angles égaux sur AB, par le moyen d'une grande Equiere, comme la figure le fait voir.

PROP. XI.

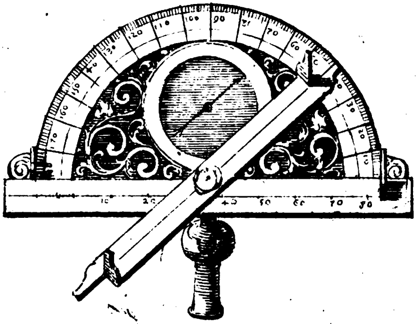
Lever le plan d'un Chasteau par le dehors.

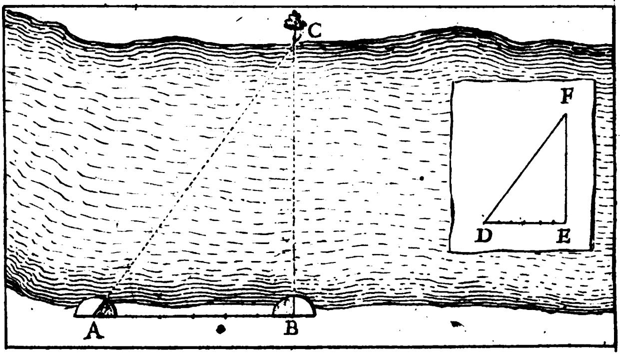
ENvironnez le Chasteau par de grandes lignes maîtresses D E F G, & mesurez exactement leurs longueurs, & l'ouverture des angles qu'elles feront entr'elles.

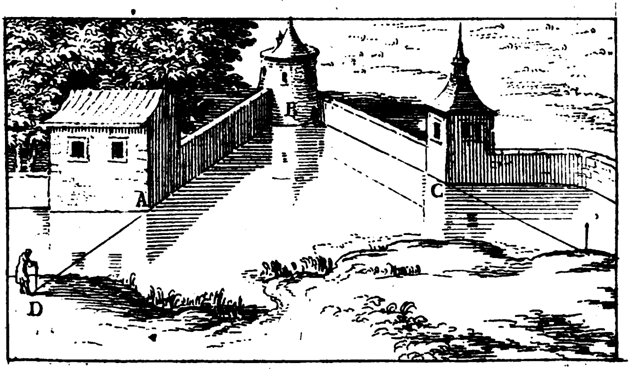
Ces grands alignemens D E F G, se feront ou de cordeau, ou seulement de rayons visuels; & pour les angles, outre qu'on en peut prendre les ouvertures par les manieres precedentes, ils se peuvent aussi mesurer par le Recipiangle, qui est un instrument composé de deux grandes regles de bois, qui s'ouvrent & se serrent à la maniere d'un compas.

De ces lignes maîtresses, observez tout le contour du Chasteau (*par la precedente*) tenant un memoire exact de la valeur de toutes les lignes & de tous les angles que vous mesurerez.

Un plan se commence sur les lieux par un simple brouillon qu'on fait à veüe, c'est à dire, sans regle & sans compas, mais qu'on charge par des chiffres, de la juste valeur des lignes & des angles qu'on me-




C
F
D
E
A
B


B
A
C
D

sure sur le terrain ; & sur ce broüillon on fait son plan ou dessein au net lors qu'on est de retour à la maison.

Usage du Demicercle.

Le Demicercle dont on use sur le terrain a un albidade ou regle mobile avec des pinules, c'est à dire des visieres, & un pied au dessus duquel il se meut & se tourne à toutes sortes de biais par le moyen d'une charniere ou machine qu'on nomme genoüil.

PROPOSITION I.

Mesurer une largeur de Riviere par exemple B C.

PRenez sur le rivage une base A B, de dix, vingt à trente toises, ou plus, si la riviere est d'une largeur considerable.

Posez le Demicercle en A, & mesurez l'angle B A C en dirigeant les deux regles de l'Instrument l'une vers B, & l'autre vers C.

Mesurez de la même maniere l'angle A B C.

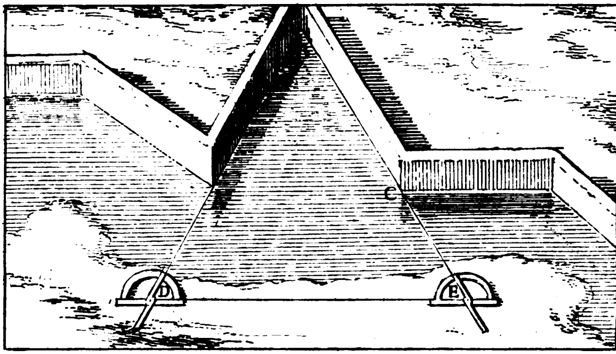
Tirez sur vostre papier une base D E, d'autant de petites parties que vous aurez donné de toises à la base A B, puis faites les angles D, E, égaux aux angles A, B, (*par la* 11 *du* 3.) & la ligne E F contiendra autant de petites parties de l'échelle D E, que la largeur B C contiendra de toises (*suivant la* 53 *du* 2.)

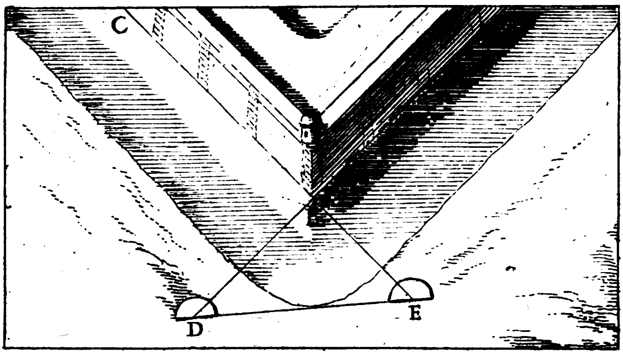
PROP. II.

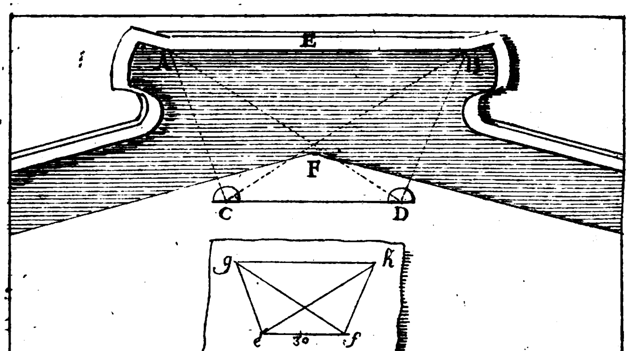
Mesurer l'angle rentrant A B C, qu'un fossé plein d'eau rend inaccessible.

MEttez-vous sur le bord du fossé à quelque endroit comme D, d'où le mur A B soit

230







enfilé, & y plantez un piquet.

Plantez aussi le piquet E dans l'enfilade BCE.

Mesurez avec le Demicercle les angles D, E qui *par exemple* sont l'un de 62 degrez, & l'autre de 58.

Faites addition de ces deux angles, puis tirez leur somme 120 de 180, le reste 60 sera la valeur de l'angle B (*suivant la* 1 *du* 8.)

PROP. III.

Mesurer l'angle saillant ABC, duquel on ne peut approcher.

PLantez les piquets D, E, en ligne droite avec les faces AB, BC.

Mesurez les angles D, E, & supposé que le premier se trouve de 40 degrez, le deuxiéme de 50, le troisiéme B sera de 90 (*par la* 1 *du* 8,) & l'angle ABC d'autant (*suivant la* 19 *du* 2.)

PROP. IV.

Mesurer la courtine AB, ayant le fossé EF entre-deux.

PRenez sur le bord du fossé, une base à volonté *par exemple*, CD de 30 toises.

Des extremitez de cette base CD, dirigez avec le Demicercle des rayons vers les points A & B en observant la valeur des angles BDA, BDC, comme aussi des angles ACB, ACD.

Décrivez la figure efgh semblable à la figure ABCD (*par la* 29 *du* 3,) & la base ef, estant faite de 30 petites parties par rapport à la base CD qui est de 30 toises, vous connoistrez la longueur de la courtine AB par le nombre des petites parties qui se trouveront comprises dans la ligne gh.

USAGE DU COMPAS DE PROPORTION.

Le Compas de Proportion a pour jambes deux regles de cuivre sur lesquelles il y a d'ordinaire quatre paires de lignes gravées, dont l'une qu'on nomme des cordes, & qui est destinée à la mesure des angles, est celle qui sert sur le terrain.

Les deux lignes A B, A C qui font cette paire, sont divisées chacune en 180 parties qui répondent par ordre aux 180 degrez de leurs demicercles, comme il paroist par la figure A B G.

Aux extremités de ces deux lignes, sont des pinules qui servent à diriger les rayons visuels, & le Compas est monté sur un pied avec un genoüil semblable à celuy du Demicercle.

PROP. I.

Faire un angle de telle ouverture qu'on voudra. Par exemple soit proposé de faire un angle de 40 degrez au point L.

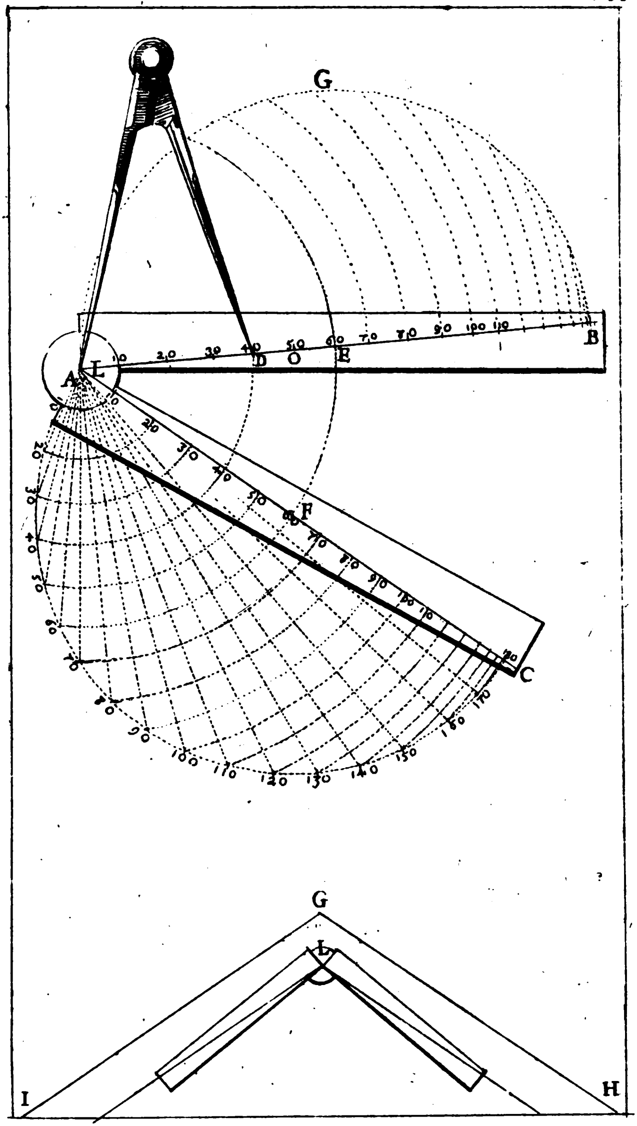
PRenez avec un Compas commun la corde A D de 40 degrez. Ouvrez le Compas de proportion tant que les cordes de 60 degrez A E, A F soient éloignées l'une de l'autre par leurs extremitez E, F, d'une ouverture égale à celle des pointes du Compas commun; c'est à dire, ouvrez le Compas de proportion jusqu'à ce que la corde de l'arc E F, se trouve égale à la corde A D, & l'angle E A F sera de 40 degrez.

Si on veut faire un angle de 50 ou 60 degrez, il faut ouvrir le Compas de proportion jusques à ce que E F, soit égal à la corde de 50 degrez A O, ou à celle de 60 A E, & ainsi de tous autres angles.

PROP. II.

Mesurer l'angle I G H.

POsez le Compas de proportion à trois ou quatre pieds de l'angle G, par exemple en L, puis


G
A
L
D
O
E
B
F
C
I
H

tendez des cordeaux LM, LN, paralleles aux deux murs GH, GI, afin d'avoir l'angle MLN, égal à l'angle IGH.

Accommodez les jambes du Compas de proportion, ou pour mieux dire, dirigez leurs lignes des cordes ſur les cordeaux LM, LN; & le Compas eſtant ainſi ouvert, d'un angle égal au propoſé, le nombre des degrez de ſon ouverture ſe trouvera comme s'enſuit.

Prenez avec un Compas commun, la diſtance EF, qui eſt entre les points de 60 degrez.

Portez cette ouverture de compas commun ſur une des lignes des cordes, & trouvant qu'elle embraſſe la corde AD de 140 degrez, concluez que l'angle eſt ouvert de 140 degrez.

Usage de la Planchette.

La Planchette eſt un ais d'environ douze ou quinze pouces en quarré, montée ſur un pied à trois branches.

On travaille ſur cette Planchette comme ſur une petite table, le papier y eſt arrêté avec un chaſſi qui s'emboite au bord, & les lignes qu'on tire deſſus, ſe dirigent par des épingles qu'on fait ſervir de viſieres & de petits piquets.

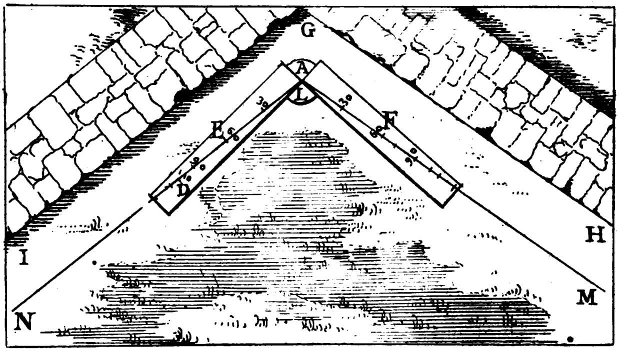
PROPOSITION I.

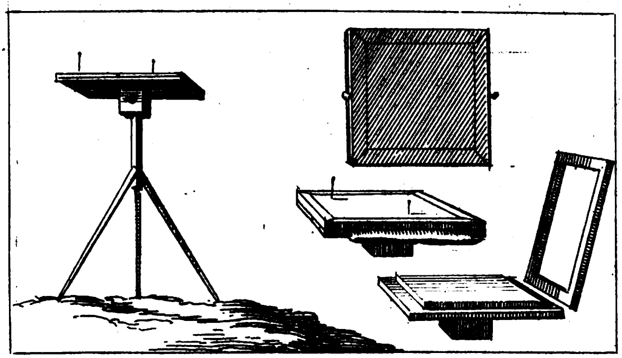
Tirer une ligne ſur le terrain qui réponde à la ligne AB propoſée ſur la Planchette.

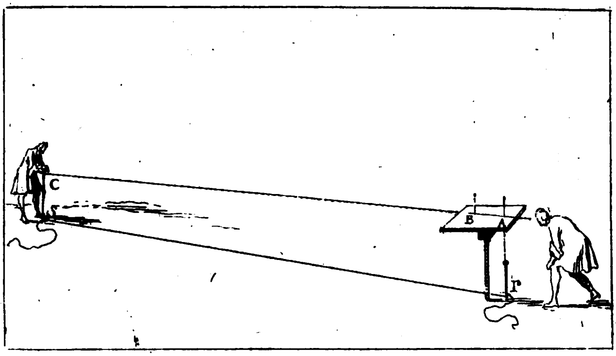
FIchez ſur la ligne propoſée AB, deux épingles, l'une à l'extremité A, & l'autre à l'extremité B.

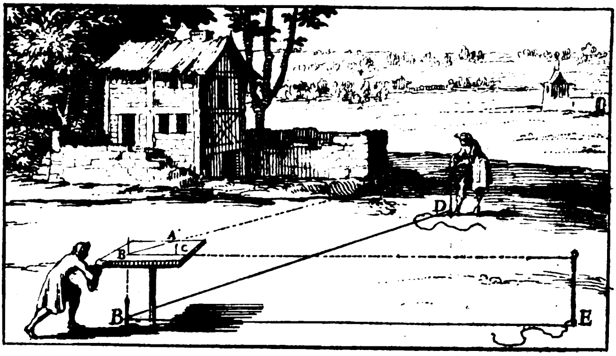
Plantez dans le terrain un piquet P, directement au deſſous de l'épingle A.

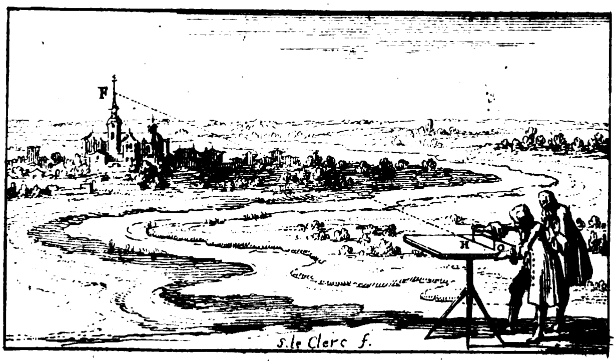
Attachez le cordeau par un bout à ce piquet P, & quelqu'un portant l'autre bout avec un piquet C, faites diriger le cordeau PS, ſous la ligne AB, je


G
A
L
E
F
D
H
I
M
N




C
B
A


A
B
C
B
D
E


F
H
O
S. le Clerc f.


G
H
D
C
30
E
B

veux dire, faites planter le piquet C dans le rayon visuel A B C, & le cordeau estant bien tendu fera la ligne demandée.

PROP. II.

Un angle A B C estant proposé sur la planchette, en aligner un semblable sur le terrain.

TEndez sur le terrain, les cordeaux B D, B E, précisement sous les lignes B A, B C (*par la precedente.*)

PROP. III.

Du point O, donné sur la planchette, tirer une ligne vers quelque endroit proposé, par exemple vers le clocher F.

FIchez une épingle bien à plomb au point O, & regardant le clocher F, par le bas de cette épingle, plantez dans le rayon visuel O F, & vers le bord de la planchette, une autre épingle H, puis tirez la ligne demandée O H.

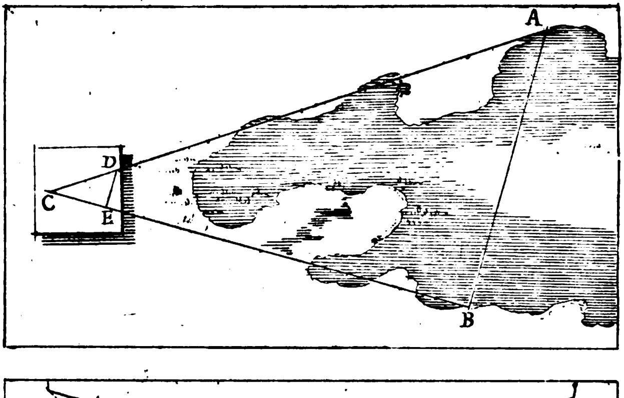
PROP. IV.

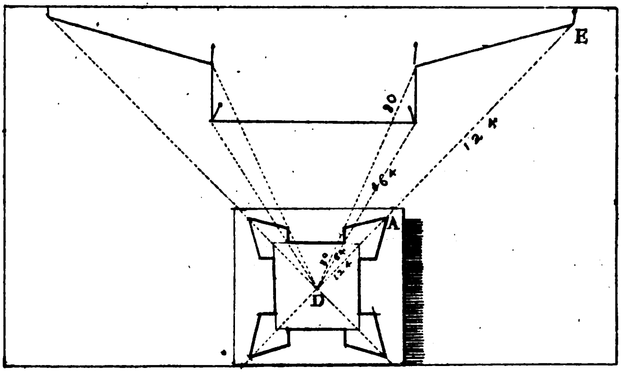
Mesurer une largeur inaccessible, par exemple, celle d'un marais A B.

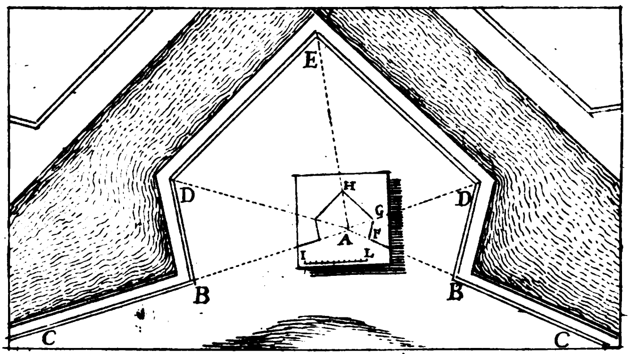
PLacez la planchette à quelque endroit comme C, d'où vous puissiez aller en lignes droites vers les buts A & B; & d'un point C pris sur la planchette, dirigez les rayons, sçavoir C D vers A, & C E vers B.

Mesurez les longueurs C A, C B, & les racourcissez proportionnellement sur la planchette par le moyen d'une petite échelle : par exemple, si C A est de 36 toises & C B de 30; prenez sur l'échel-

238-







le GH 36 petites parties pour CD, 30 pour CE ; & le nombre des petites parties de la ligne DE vous fera connoiſtre combien il y aura de toiſes du point A au point B (*ſuivant la 58 du 2.*)

PROP. V.

Eſtant donné un plan ſur la planchette, en tracer un ſemblable ſur le terrain.

POſez la planchette dans le milieu du terrain où vous avez à executer le plan propoſé, qui par exemple eſt d'un petit Fort, dont la longueur de chaque rayon eſt connuë par les chiffres qui ſont écrits deſſus.

Dirigez avec le cordeau, des rayons ſur le terrain qui répondent à ceux du plan donné ſur la planchette, (*par la* 1) par exemple, le rayon OA eſt chiffré de 124 toiſes, prenés le cordeau DE de 124 toiſes, & ainſi du reſte. (*Voyez la 6 du 6.*)

PROP. VI.

Lever le plan d'une place, & premierement du baſtion DED.

POſez la planchette dans la gorge du Baſtion, à l'endroit A, d'où vous pourrez enfiler les deux courtines BC, BC.

Du point A pris ſur la planchette, dirigez des rayons vers tous les angles du Baſtion.

Meſurez les rayons AB, AD, AE, &c.

Racourciſſez ces rayons proportionnellement ſur la planchette, par le moyen d'une échelle IL.

Menez FG, GH, HG, &c. & vous aurez le plan du Baſtion propoſé.

Mettez une autre feüille de papier ſur la planchete, puis faites le plan du Baſtion ſuivant, &

passez ainsi de Bastion en Bastion jusqu'au dernier, en observant la longueur des courtines.

Tous les Bastions de la Place estant tracez avec leurs courtines sur autant de morceaux de papier, vous les assemblerez sur une table, & si la closture du Plan ne se trouve pas juste, je veux dire, si assemblant ces parties, la premiere ne se rapporte pas tout-à-fait avec la derniere, il faudra regagner ce deffaut en ouvrant ou resserrant tant soit peu chaque angle de la figure.

PROP. VII.

Lever la situation de plusieurs Villages en même temps; par exemple, des trois Villages A, B, C.

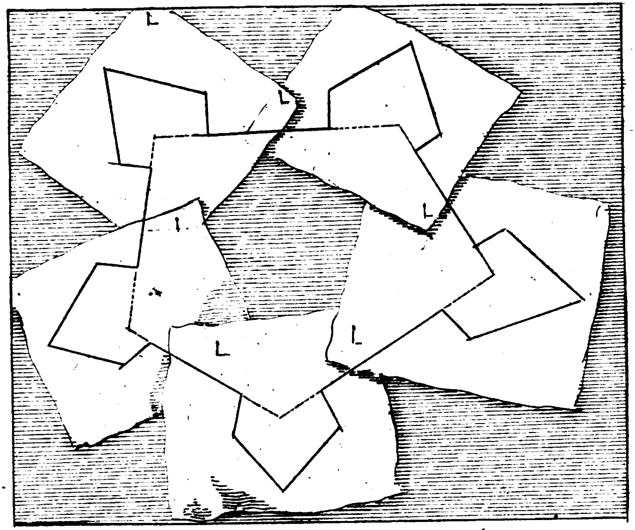
CHoisissez un terrain où vous puissiez avoir une base de cinq ou six cent toises, & plus s'il est possible, & que de ses extremitez E, G, on découvre les Villages proposez.

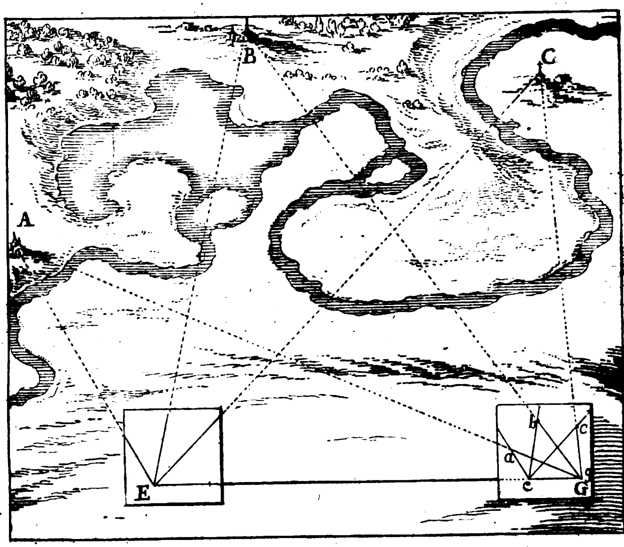
A l'une des extremitez de cette base comme E, & du point E, pris sur la planchette, dirigez des rayons vers les clochers ou lieux plus apparens de ces Villages; & un autre rayon vers le piquet G, (*suivant la 3.*)

De ce dernier rayon, faites une base sur la Planchette, qui réponde à celle que vous avez prise sur le terrain, & écrivez sur chaque rayon le nom du Village où il est dirigé.

Transportez la planchette en G, & la tournez de sorte que la base e g que vous avez tiré dessus, se trouve au dessus de celle du terrain E G. *Puis*

Du point G pris sur la planchette, dirigez aussi des rayons vers les Villages, A, B, C, & les points a, b, c, où ils couperont les rayons de la premiere station, seront en distance avec leur base e g, comme les trois Villages A, B, C, avec leur base E G.


L
L
L
L
L
L
L


B
C
A
b
c
a
E
e
G

En dirigeant les rayons visuels, il faut avoir soin que la Planchette soit toûjours de niveau, & jamais inclinée ; cette circonstance est absolument necessaire pour bien reussir.

PROP. VIII.

Conduire du point A, une ligne parallele à la muraille C D, de laquelle on ne peut approcher.

PLantez la Planchette B, à quelque endroit assez éloigné du point A.

Du point B, dirigez sur la Planchette des rayons vers les points A, C, D.

Transportez la Planchette en A, & la posez de telle sorte que le rayon A I, fasse partie du rayon A B.

Du point A, dirigez les rayons A C, A D, & par les points où ils couperont ceux de la premiere station, menez E F, laquelle sera parallele à C D.

Menez sur la Planchette, la ligne A O parallele à E F, & sous cette ligne, tirez sur le terrain la demandée A L (*par la* 1.)

PROP. IX.

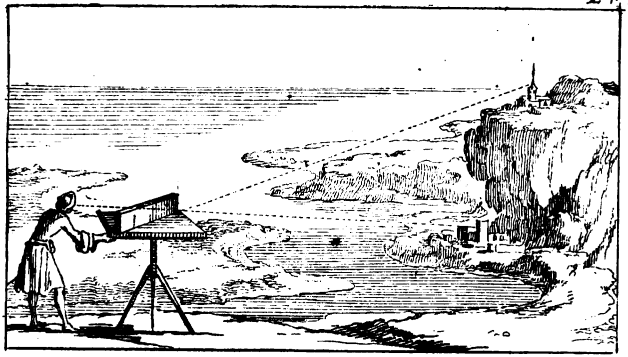
Tirer une ligne vers un lieu qu'on ne voit pas.

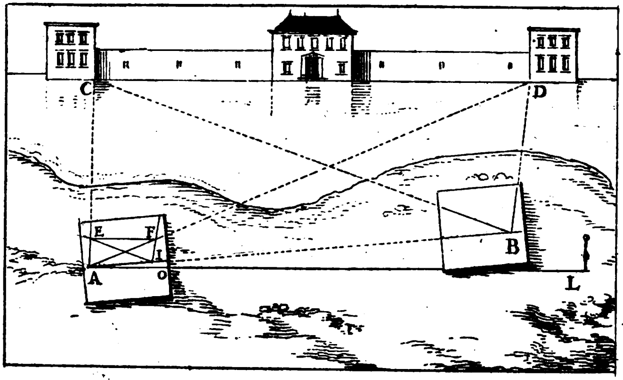
SUpposé que la montagne M, empêche qu'on voye du point B, le lieu A vers lequel on doit tirer une ligne.

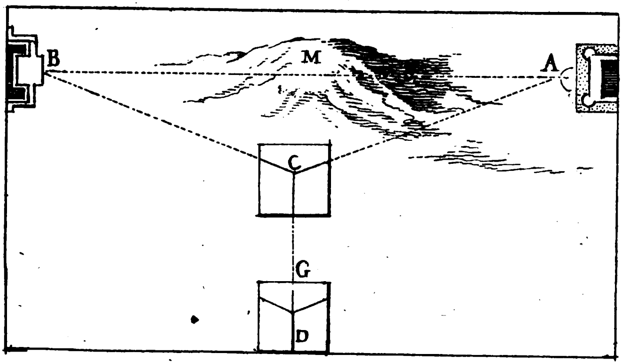
Avancez en quelque endroit C, d'où vous puissiez découvrir les deux points A & B.

En ce lieu, & du point C pris sur la Planchette, dirigez des rayons vers A & B, & un troisiéme vers un autre point comme D, d'où l'on pourra aussi découvrir les mêmes points A & B.

Transportez la Planchette en D, & la plantez de maniere que le rayon D G pris sur la Planchette, se




C
D
E
F
I
A
O
B
L


B
M
A
C
G
D

trouve ſur le rayon D C ; puis du point D, dirigez les ſeconds rayons D A, D B.

Des points E, F, où ces rayons couperont les premiers, menez la ligne E F, & enfin faites (*par la* 2) l'angle H B I égal à l'angle D E F, & B I ſera dirigée vers le lieu propoſé A.

PROP. X.

Diviſer le Pré B F en deux parties égales par une ligne droite menée du point G.

LEvez un plan du Pré propoſé.

Diviſez ce plan H I en deux également par la ligne L M (*ſuivant la* 12 *du* 5.)

Meſurez exactement O M, M I, puis coupez R F en S, comme O I l'eſt en M, & la ligne G S ſera le partage demandé.

PROP. XI.

Meſurer la hauteur d'un Baſtiment A B, qui eſt à plomb ſur un pavé bien de niveau A G.

POſez la Planchette bien à plomb en quelque lieu commode ; par exemple en C.

Tirez ſur cette Planchette la parallele D H.

Du point D tirez le rayon D F vers l'extremité du Baſtiment B.

Prolongez ce rayon juſques ſur le pavé en G.

Voyez le nombre de pieds qu'il y a entre A & G, & coupez D H, d'autant de petites parties.

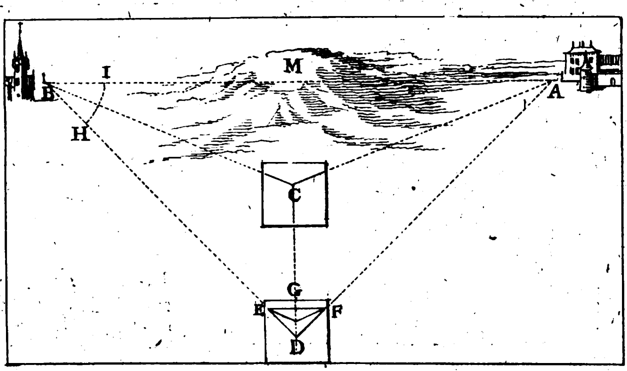
Elevez la perpendiculaire H F, elle contiendra autant de petites parties de la ligne D H, que la hauteur A B contiendra de pieds (*ſuivant la* 53 *du* 2.)

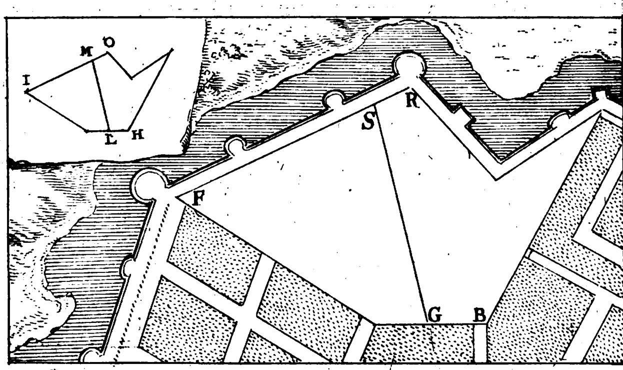
PROP. XII.

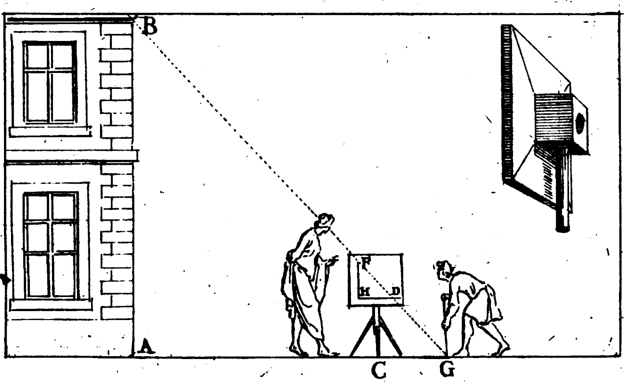
Meſurer la hauteur A B, de laquelle on ne ſçauroit approcher.

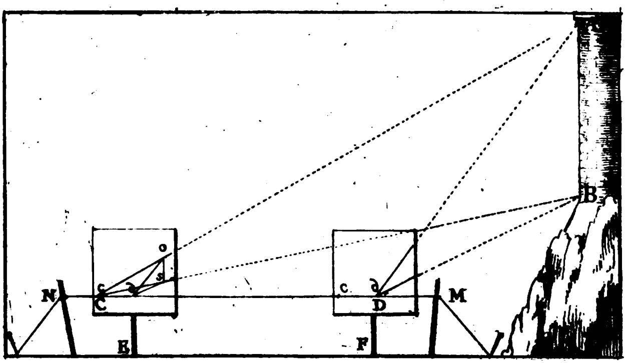
TIrez ſur la Planchette, une baſe c d.

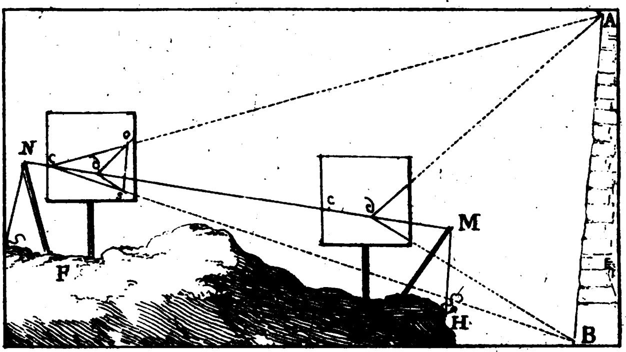
A la hauteur de cette baſe, tendez un fil N M

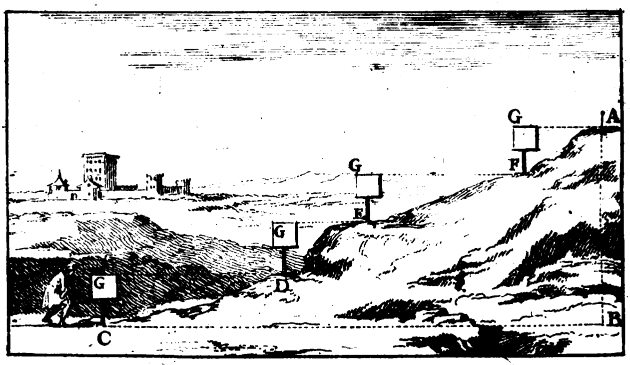

B
I
M
A
H
C
G
E
F
D


M
O
I
L
H
R
S
F
G
B


B
F
H
D
A
C
G


B
N
C
D
M
E
F


A
N
M
F
H
B


G
A
F
E
D
C
B

par le moyen de deux bâtons comme il paroît par cette figure.

Sur ce fil marquez une longueur C D de ſept ou huit pieds ou plus, laquelle ſervira de baſe pour le terrain.

Du point d, dirigez ſur la Planchette deux rayons, l'un vers A, & l'autre vers B.

Tranſportez la Planchette en E, & l'ajuſtez de maniere que le point c ſe trouve ſur le point C, de même que la baſe c d ſur la baſe C D.

Tirez du point c deux autres rayons vers les points A & B, & les points où ils couperont les premiers rayons, donneront la hauteur o s qui ſera à la petite baſe c d, comme A B eſt à la grande baſe C D.

PROP. XIII.

Meſurer ſur le terrain inégal & penchant F H, une hauteur inacceſſible A B.

LA pratique de cette Propoſition eſt ſemblable à la precedente, & la difference de terrain ne change rien dans l'operation.

PROP. XIV.

Meſurer la hauteur de la montagne A B.

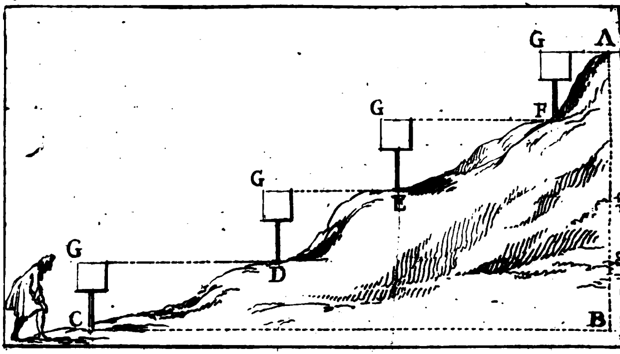
POſez la Planchette bien à plom au pied de la montagne.

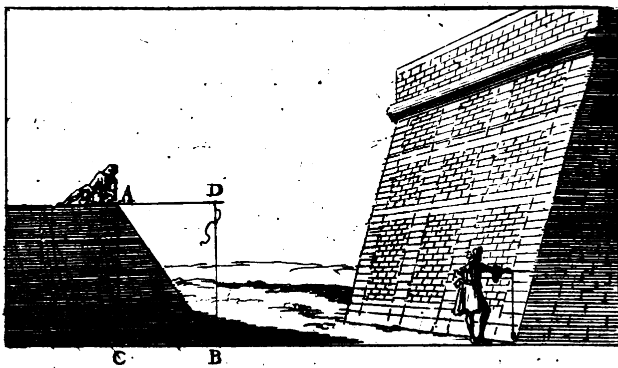
Dirigez un rayon G D par le coſté ſuperieur de la planchette.

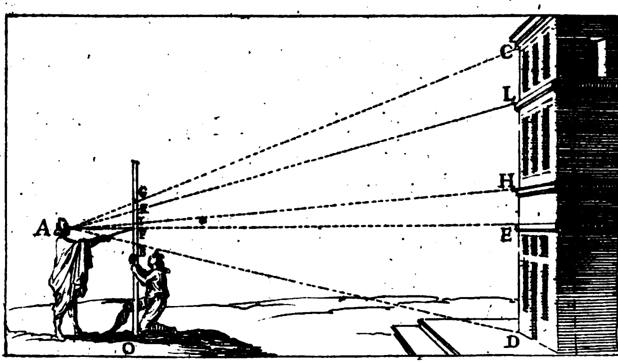
Tranſportez la planchette en D, & là, dirigez un autre rayon de niveau G E.

Continuez la même choſe juſqu'au ſommet A, & le nombre des ſtations donnera la hauteur A B, car ſuppoſé dix ſtations, la planchette ayant 4 pieds de haut, ce ſera 40 pieds pour la hauteur de la montagne.

Par la même pratique on connoiſtra la deſcente


G
A
G
F
G
E
G
D
C
B


A
D
C
B


C
L
H
A
E
D
O

A C & la distance B C, en mesurant les rayons G D, G E, G A, &c.

PROP. XV.

Mesurer le talu du rampar A B.

PRenez une pique, & attachez au bout un plomb qui descende au bas du fossé.

Tenez cette pique couchée sur le haut du rampar, & l'avancez jusqu'à ce que le plomb tombe sur le deffaut du talu B, sa saillie A D dans le fossé, sera égale à la mesure demandée C B (*suivant la 38 du 2.*)

PROP. XVI.

Mesurer la hauteur des étages, fenestres, portes, & autres parties de la face d'une maison.

PLacez-vous à quelque distance de la maison, par exemple en A, & vous tenant arrété, ferme, & sans mouvoir la teste; marquez sur une regle ou cane O G qu'on tiendra droite devant vous, le passage des rayons visuels par lesquels vous verrez les hauteurs à mesurer; & les parties B F I K G seront entr'elles comme les parties D E H L C.

Mesurez ensuite avec un pied ou une toise, la partie inferieure du Bastiment D E, qui vous est accessible, & supposé qu'elle se trouve estre de 8 pieds, divisez B F en 8 parties égales, cette division sera une échelle pour mesurer les parties F I K G.

FIN.